

Schriftliche Hausarbeit
Ausarbeitung der Theorie und eines Experiments für
den Unterricht zur Quantenphysik (Ph 10, G8) zum
Thema 'Quantisierter Widerstand von Nanodrähten'

Matthias Brandl

Mitterteich, den 26. Juli 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	2
2	Historie	4
2.1	Forschung	4
2.2	Fachdidaktik	7
3	Theorie	8
3.1	Physikalischer Hintergrund	8
3.2	Warum bevorzugt Gold?	12
4	Experiment	13
4.1	Versuchsaufbau	13
4.1.1	Aufbau	14
4.1.2	Oszilloskop	15
4.1.3	Spannungsquelle	16
4.1.4	Drähte	16
4.2	Versuchsdurchführung	17
4.2.1	Annäherung vs. Trennung des Kontakts	17
4.2.2	Das Problem der Reproduzierbarkeit	19
4.3	Ergebnisse und Auswertung	21
4.3.1	Widerstand-Spannungs-Relation	21
4.3.2	Glatte Kurven im klassischen Fall	22
4.3.3	Prognose der Plateauhöhen	24
4.3.4	Konkrete positive Beispiele	24
5	Einbindung in den Fachlehrplan Ph10, G8	28
5.1	Einordnung und Rechtfertigung	28
5.2	Konkrete Lernvoraussetzungen und Lernziele	30
6	Quick-Start-Guide zur Versuchsdurchführung	34
7	Anhang	38

Kapitel 1

Vorwort

Am 28. Oktober 1995 erschien in der Abteilung „Science and Technology“ des englischsprachigen Wirtschaftsmagazins „The Economist“ ein kurzer Artikel mit der Überschrift „Table-top quantum theory“ ([1]). Darin beschreibt der Autor in populärwissenschaftlicher Aufmachung, wie ein wesentliches Prinzip der Quantenmechanik, nämlich des Auftretens diskreter, eindeutiger Messergebnisse (vgl. [2]), bereits „auf dem Küchentisch mit zwei Stücken Haushaltsstromkabeln“ nachvollzogen werden könne. Zur Veranschaulichung, was an der Kontaktstelle dieser beiden Kabel passiert, bemüht der Autor das allseits bekannte Bild von Käsefäden beim Auseinanderziehen zweier Pizzastücke.



Abbildung 1.1: Karikatur aus „The Economist“, 28. Oktober 1995

In der Realität stehen diese „Käsefäden“ für Nanodrähte, nur wenige Atome im Durchmesser, deren geringe Abmessungen die Leitfähigkeit nachweislich quantisieren. Der Entdecker dieses Effektes, Dr. Costa-Krämer von der Universität Madrid, wird dahingehend zitiert, als dass dieses Phänomen ernsthafte Möglichkeiten als „*educational tool*“ besitze: „*an easy way to demonstrate the reality of quantum theory to sceptical schoolchildren.*“ Die Deklaration als „Küchentisch-Quantenmechanik“ muss zwar als Euphemismus fallen gelassen werden, doch der Grundgedanke von Costa-Krämer wird in dieser Arbeit dahingehend bestätigt, als dass sich der angedeutete Versuch unter Umständen tatsächlich dazu

eignet, Schülern der 10. Klasse G8 mit geringem technischen Aufwand einen grundlegenden Wesenszug der Quantenmechanik nahe zu bringen. Dabei kann auf das physikalische Grundwissen der Schüler aus früheren Jahrgangsstufen zurückgegriffen werden.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in mehrere Kapitel. Gemäß Titel und Zielsetzung werden in den beiden **Kapiteln 2 und 3** zunächst historische und theoretische Hintergrundinformationen gegeben, die der Lehrkraft helfen sollen, das Experiment in den gesamtphysikalischen Zusammenhang einzuordnen. **Kapitel 4** beschäftigt sich dann sehr detailliert mit dem Aufbau, der Durchführung und der Auswertung des betreffenden Experiments. Hierbei wurde weniger Wert auf Stringenz als viel mehr auf die Thematisierung und Begründung optimaler Verfahren und Vorgehensweisen gelegt. Der Abschnitt 4.3 („Ergebnisse und Auswertung“) ist dabei direkt mit den Schülern im Unterricht umsetzbar. **Kapitel 5** rundet die Arbeit mit der Einbindung in den derzeit aktuellen Fachlehrplan für das G8 in Physik ab und klärt dabei die notwendigen Lernvoraussetzungen sowie die angestrebten und erreichbaren Lernziele. Die Essenz aller in Kapitel 4 geschilderten Erfahrungen fasst **Kapitel 6** dann knapp, aber vollständig in einer Art „Quick-Start-Guide“ zusammen, der die Lehrkraft mit allen notwendigen Informationen für die Durchführung des Experiments im Unterrichtsalltag versorgt. Dabei wird noch einmal kurz auf mögliche Problemstellen hingewiesen. Im Anhang befinden sich eine CD-Rom mit sämtlichen Diagrammen, die bei der Versuchsdurchführung aufgezeichnet wurden, sowie ein Übersichtsausdruck dieser Diagramme als Thumbnails.

Kapitel 2

Historie

2.1 Forschung

In den letzten Jahren hat es in der Physik spektakuläre Entwicklungen gegeben, die von der Öffentlichkeit kaum bemerkt wurden. Die Fachwelt hat ihre Bedeutung allerdings erkannt; außergewöhnlich schnell wurde der Nobelpreis für eine dieser neuen Methoden vergeben: die Erfindung des Rastertunnelmikroskops 1981 durch Binnig und Rohrer, gewürdigt mit dem Nobelpreis im Jahre 1986.

In einem Rastertunnelmikroskop bringt man eine Nadel aus Metall in die Nähe der Oberfläche eines Materials. Die Nadel ist dabei so spitz, dass manchmal nur ein Atom ihre Spitze ausmacht. Der Abstand zur Oberfläche des Materials ist mit einigen Nanometern so gering, dass wegen des sogenannten Tunneleffekts Elektronen aus dem Material austreten, in die Nadel fließen und dort einen Strom produzieren können. Der Strom, der sich dabei ergibt, hängt ganz empfindlich vom Abstand zur Oberfläche ab, besser gesagt, zu dem, was man auf dieser Längenskala Oberfläche nennen kann. Denn auf dieser Skala löst man schon die einzelnen Atome auf und mit Oberfläche ist hier nicht eine Oberfläche im makroskopischen Sinne gemeint, sondern eine Äquipotenzialfläche des Elektronensees, die allerdings gemäß der Lage der einzelnen Atome gewellt ist. Wenn man es nun schafft, diese Nadel über das Material zu führen und dabei jeweils den Abstand so zu regeln, dass der Strom in der Nadel konstant bleibt, so tastet man offensichtlich wie ein Blinder beim Lesen der Blindenschrift die Oberfläche des Materials ab. Das Auf- und Abregeln der Nadel ergibt ein Bild der Struktur der Oberfläche.

Im Jahr 1987 machten J. K. Gimzewski und R. Möller mit einem Rastertunnelmikroskop eine interessante Entdeckung, die sozusagen an der Grenze zwischen makroskopischer und mikroskopischer Natur, zwischen klassischer Physik und Quantenphysik entstand. Sie untersuchten den „Übergang vom Tunnelbereich zum Punktkontakt“ ([3]) und beobachteten beim Annähern der Tunnelspitze an eine Silberoberfläche bei einem bestimmten Abstand von wenigen Angström einen sprunghaften Anstieg des Tunnelstroms:

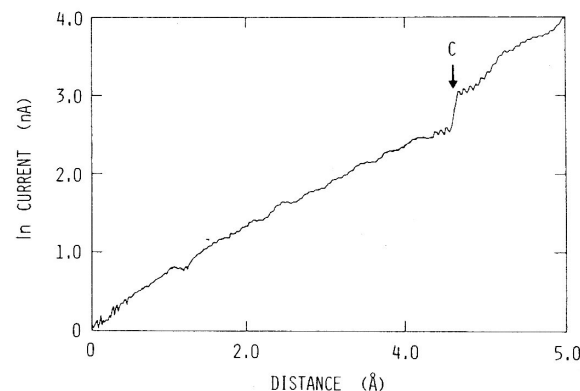


Abbildung 2.1: FIG. 2. aus [3]

Diese Beobachtung wurde eher beiläufig im Rahmen einer neuen Anwendung des Rastertunnelmikroskops gemacht. Die Autoren konnten mittels Punktkontakt mit der Oberfläche kleine Hügel („hillocks“, „blowups“) auf der Oberfläche erzeugen, mittels derer sie die Generierung gewisser Strukturen auf Nanoebene in Aussicht stellten. Tatsächlich bemerkten im Jahre 1990 Wissenschaftler am IBM-Laboratorium in San Jose, dass man auch einzelne Atome mit der Nadel über die Oberfläche verschieben kann. Sie schafften es, einzelne Xenon-Atome zu dem Wort „IBM“ zu gruppieren, zum kleinsten Wort der Welt, ein Nanometer mal ein Nanometer groß:

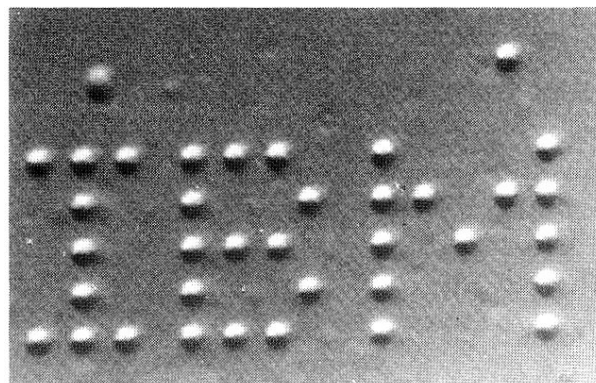


Abbildung 2.2: Abbildung 5 d) aus [10], S. 1383

1993 machten Pascual et al. von der Universität von Madrid sich daran, den noch immer mysteriösen sprunghaften Anstieg des Tunnelstroms bei bestimmten Abständen zu untersuchen und zu erklären ([4]). Sie beschränkten sich dabei auf Goldoberflächen und beobachteten, dass die Entstehung der Nanostrukturen auf dem Gold stets mit einem erhöhten Tunnelstrom verbunden war. Sie fanden weiterhin, dass die gleichen Strukturen auch dann entstanden, wenn sie die Spitze des Rastertunnelmikroskops einfach nur in Kontakt mit der Oberfläche brachten. Eine Analyse der Stromstärke ergab zwar ein glattes kontinuierlich exponentiell fallendes Verhalten für große Abstände, jedoch ein

diskretes für kleine Abstände. Es stellte sich heraus, dass die Leitfähigkeit des Kontakts Tunnelspitze-Goldoberfläche stets nur ganzzahlige Vielfache der Quantenleitfähigkeit $2e^2/h (= 1/12906 \Omega)$ (vgl. Formel (3.8) in Kapitel 3) annahm. Dieser Effekt wird so erklärt, dass sich beim Trennen des mechanischen (und elektrischen) Kontaktes Tunnelspitze-Oberfläche letztendlich ein allerletzter Kontakt ausbildet. Dieser „**Nanodraht**“ kann nur ganzzahlige Vielfache der Quantenleitfähigkeit aufweisen (vgl. Kapitel 3). Beim Lösen der Spitze von der Probenoberfläche verlängert sich der Nanodraht und schnürt sich dabei ein:

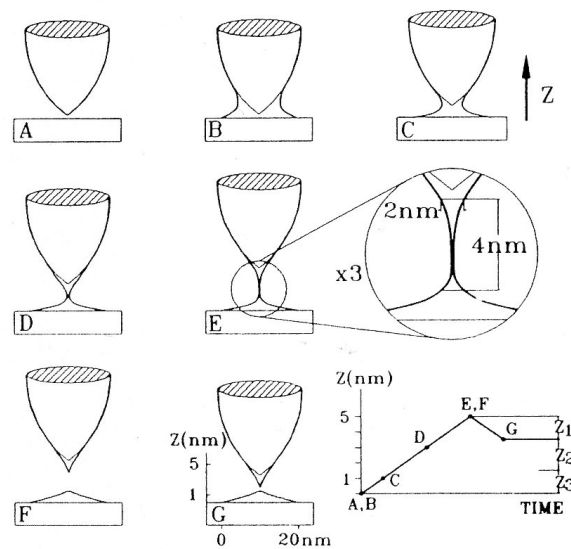


Abbildung 2.3: FIG. 3. aus [4]

Das wiederum führt dazu, dass sich die Quantenleitfähigkeit sprunghaft ändert. Zwei Jahre später nahm eine andere Arbeitsgruppe der Universität von Madrid um J.L. Costa-Krämer das Zepter der Nanodrahtforschung in die Hand. Die Forscher vermuteten, dass sich Nanodrähte nicht nur bei Gold oder Silber, sondern bei der Trennung beliebiger Metalle ausbilden müssten ([5]). Sie überprüften diese Idee auf eine erstaunlich simple Art und Weise. Anstatt das Rastertunnelmikroskop und seinen komplizierten Aufbau zu verwenden, nahmen sie einfach zwei dünne Metalldrähte zur Hand und legten sie so auf die Tischplatte, dass sie in losem elektrischen Kontakt standen. Der Stromkreis wurde über einen Schutzwiderstand von $10 \text{ k}\Omega$ durch eine Batterie geschlossen. Durch simples Klopfen auf die Tischplatte erreichten sie nun, dass die Drähte den Kontakt verloren. Den Ergebnissen nach zu urteilen, bildet sich tatsächlich auch bei diesem einfachen Vorgehen beim Lösen der Drähte voneinander ein Nanodraht aus. Der Spannungsabfall am Vorwiderstand (proportional zur Stromstärke) wurde mit einem Oszilloskop aufgezeichnet. Die Gruppe um Costa-Krämer führte diesen Versuch mit Drähten aus Gold, Kupfer, Platin und metallischem Glas (ferromagnetisches Metall mit amorpher Struktur) sowohl in Vakuum wie in Luft und Flüssigkeit durch. Stets zeigte sich der gleiche diskrete Verlauf der Leitfähigkeit:

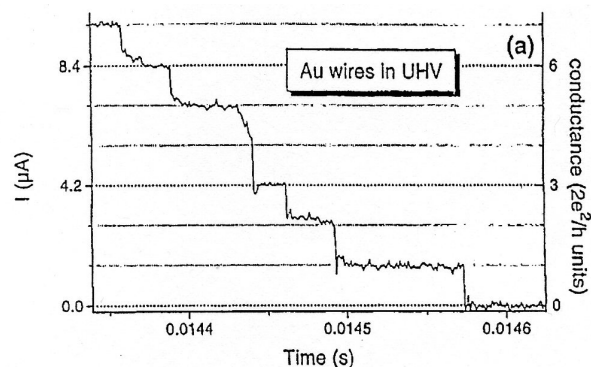


Abbildung 2.4: Fig. 6. aus [5]: Golddrähte in Ultrahochvakuum, umstandardisiert auf Einheiten der Quantenleitfähigkeit G

Eine neuere Arbeit aus dem Jahr 2002 von Gillingham et al. von der Universität Cambridge beschäftigt sich mit den speziellen Eigenschaften der quantisierten Leitfähigkeit ausschließlich bei Kupfer ([6]). Dort zeigt sich nämlich, dass bei Costa-Krämers Versuchsaufbau, der leicht modifiziert wurde, die Leitfähigkeit der Kupferdrähte sowohl in Schritten von ganzzahligen Vielfachen der Quantenleitfähigkeit $2e^2/h (= 1/12906 \Omega)$ wie auch in exakt halb so großen Stufen quantisiert ist. Dies deutet darauf hin, dass die Spin-Entartung bei nicht-magnetischen Kupferdrähten aufgehoben ist.

2.2 Fachdidaktik

Aufgrund der Tatsache, dass der Versuchsaufbau von Costa-Krämer et al. mit minimalem technischen Aufwand (bis auf ein entsprechend hochauflösendes Speicheroszilloskop) auskommt, erkannte die physikalische Fachdidaktik schon bald nach Costa-Krämers Veröffentlichung den Nutzen, der aus seiner experimentellen Idee für den Physikunterricht am Gymnasium zu ziehen war. So wurden Anfang 1997 zwei Artikel veröffentlicht, die sich gezielt mit dem Einsatz obigen Experiments als Schulversuch beschäftigen ([7], [8]). Desweiteren wurde der Versuch an manchen Universitäten in das Physikalische Fortgeschrittenenpraktikum aufgenommen; im Internet finden sich z.B. auch Versuchsprotokolle (vgl. [9]). Für eine Diskussion der vorgeschlagenen Lösungen und Ergebnisse wird auf Kapitel 4 verwiesen.

Kapitel 3

Theorie

Wir betrachten den Nanodraht, der sich zwischen den beiden Oberflächen bzw. zwischen Tunnelmikroskopspitze und Metalloberfläche, ausbildet. Zur physikalisch fundierten Deutung der Leitfähigkeitsquantisierung werden einige elementare Grundsätze der Quantenmechanik herangezogen. Die Darstellung orientiert sich dabei im Folgenden an der Ausarbeitung der physikalischen Hintergründe des Effekts in [7] und [9]. Für weitergehende Herleitungen wird auf [10] verwiesen.

3.1 Physikalischer Hintergrund

In der klassischen Physik wird die Bewegung von Elektronen in metallischen Leitern durch die Theorie des Elektronengases beschrieben. Dieses Modell wurde im Jahre 1900 von Drude vorgeschlagen und dann 1909 von H.A. Lorentz weiterentwickelt. Es basiert auf der Vorstellung, dass ein Leiter ein dreidimensionales Ionengitter ist, in dem sich die Elektronen frei bewegen können. Herrscht kein elektrisches Feld im Innern des Leiters, dann verhalten sich die Elektronen wie Gasteilchen in einem Behälter. Sämtliche Elektronen im Metall sind also für den Ladungstransport zuständig. Der Widerstand des Leiters wird dabei durch Stöße der Elektronen mit den Gitteratomen verursacht. Die elektrische Leitfähigkeit als reziproker Widerstand ist dann gegeben durch

$$\sigma = \frac{1}{R} = \frac{e^2 \cdot \tau \cdot n}{m},$$

wobei e die Elementarladung, m die Elektronenmasse, n die Volumendichte der freien Elektronen und τ die Relaxationszeit (mittlere Zeit zwischen zwei Stößen) beschreibt. Für eine Herleitung dieses Zusammenhangs sei auf [10], Kapitel 22.5 verwiesen.

Mit obiger Formel lassen sich allerdings quantenmechanische Aspekte nicht erklären. In der quantenmechanischen Deutung sind nun nicht sämtliche Elektronen für den Ladungstransport verantwortlich, sondern nur Elektronen des sogenannten Leitungsbandes.

Wir betrachten die im Nanodraht fließenden Elektronen als dreidimensionale Wellen. Das Koordinatensystem wird so gewählt, dass Strom- und z-Richtung zusammenfallen. Laut

[8] werden die Gold-Nanofäden ab einem Durchmesser von 5 \AA leitfähig. Typische Durchmesser im Experiment sind etwa 100 \AA . Bei diesem geringen Durchmesser kann man die Wellenfunktion eines Elektrons in x- bzw. y-Richtung als „Teilchen im Kastenpotential“ betrachten. Zur Vereinfachung beschränken wir uns im Folgenden auf die x-Richtung. Der ortsabhängige Teil der Wellenfunktion ist dann mit Amplitude A und Wellenvektorkomponente k_x gegeben durch

$$\Psi(x) = A \sin(k_x \cdot x). \quad (3.1)$$

Legt man den Ursprung der x-Achse an eine der beiden Oberflächen in x-Richtung, und bezeichnet man mit L_x den Fadendurchmesser, so lauten die Randbedingungen

$$\Psi(0) = \Psi(L_x) = 0, \quad (3.2)$$

denn ausserhalb des Nanodrahts ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit als Quadrat der Ortsfunktion gleich Null.

In Querrichtung verhält sich das Elektron demnach wie eine beidseitig eingespannte Saite.

Aus den Gleichungen (2.1) und (2.2) erhält man eine unendliche Serie diskreter Lösungen für den Wellenvektor k_x :

$$k_{x,n} = n \frac{\pi}{L_x} \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}. \quad (3.3)$$

Wie die Reihe der harmonischen Obertöne einer schwingenden Saite ergeben sich damit die möglichen Zustände des Elektrons durch die Wellenfunktionen

$$\Psi(x) = A \sin\left(n \frac{\pi}{L_x} \cdot x\right). \quad (3.4)$$

Die Definition der kinetischen Energie liefert zusammen mit der de-Broglie-Bedingung für den Impuls die erlaubten Energiewerte

$$E_{x,n} = \frac{p_n^2}{2m} = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m L_x^2}. \quad (3.5)$$

Die Energieabstände wachsen also mit n^2 . Bei einem typischen (**Nano-)**Fadendurchmesser von 100 \AA ergibt sich für die ersten beiden Energiestufen $E_1 = 3,734 \text{ meV}$ und $E_2 = 14,92 \text{ meV}$, was durchaus beobachtbare Energieabstände sind.

Analog lässt sich die Wellenfunktion in z-Richtung entlang des Fadens herleiten. Da sich das Elektron nun aber nicht nur im Nanodraht, sondern auch in den sich anschließenden Metallkontakten aufhalten kann, ergeben sich erheblich kleinere Energieeigenwerte. In den Experimenten werden durchwegs Drahtstärken von 25 bis 400 \mu m verwendet. Setzt man also als typischen **Draht**durchmesser in z-Richtung etwa $L_z = 100 \text{ \mu m}$ an, so ergibt sich

$$E_{n,z} = 10^{-8} \cdot E_{n,x}.$$

Die Energieeigenwerte in z-Richtung (!) werden damit so klein, dass sie nicht mehr beobachtbar sind. Da das Elektron damit in z-Richtung quasi frei beweglich ist, erhält man den

Grenzfall eines quasifreien Elektrons mit einer parabolischen Energie-Impuls-Beziehung; die Elektronen verhalten sich in einer Dimension (z-Richtung) wie klassische Teilchen und in den beiden anderen Richtungen (x und y) wie Teilchen in einem Kastenpotenzial mit diskreten (beobachtbaren) Energieeigenwerten. Dies wird in der Quantenmechanik als ein „eindimensionales System“ bezeichnet. Nach dem Pauli-Prinzip und unter Berücksichtigung der Spin-Entartung können nur jeweils zwei Elektronen den gleichen Zustand besetzen. Zu jedem diskreten Wellenvektor k_{xy} (die gleichwertigen x- und y-Richtung werden im Folgenden zusammengefasst) gibt es eine sehr große, quasi-kontinuierliche Zahl von Wellenvektoren k_z . Da E_z eine quadratische Funktion in k_z ist, erhält man für die Gesamtenergie eines Elektrons zu jedem Wert k_{xy} eine Parabel, deren Scheitel ($E_z = 0$) gerade dem Energieeigenwert von k_{xy} entspricht.

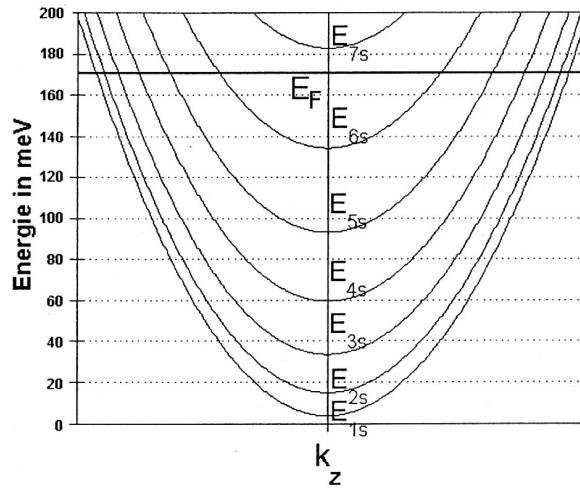


Abbildung 3.1: Abb. 7. aus [7]: exemplarische Darstellung der Energieverteilung im eindimensionalen quantenmechanischen System. Jede Parabel bildet ein Subband. Nur Elektronen, deren Energie über der Fermi-Kante E_F liegt, können zur Leitfähigkeit beitragen.

Man erhält somit eine diskrete Folge von Subbändern. Die beobachtbare Quantisierung ergibt sich aus dieser Folge von Subbändern (mit beobachtbarer Energieeigenwertabstufung), die gemäß dem Index k_{xy} diskretisiert ist. Der spätere „Quantisierungsfaktor“ N in (3.9) und (3.10) gibt dann an, wie viele dieser Subbänder zum Stromfluss beitragen, d.h. über der Fermi-Kante liegen. Betrachten wir dazu exemplarisch die Trennung der beiden Drähte am Kontakt. Unter der plausiblen Annahme (und in Analogie zur Metapher der Käsefäden), dass die Anzahl der Atome bzw. die Masse eines Nanofadens beim Auseinanderziehen konstant bleibt (vgl. Abschnitt 4.3.2), werden die Durchmesser L_x bzw. L_y der Nanofäden immer kleiner. Gemäß (3.3) und (3.5) liegen dann aber die Subbänder immer enger beieinander. Also tragen mit zunehmender Entfernung der beiden Drähte immer weniger Elektronen zum Stromfluss bei, die aber ihrerseits durch E_{xy} „in Bändern“ quantisiert sind. Jedesmal, wenn anschaulich gesprochen ein Subband unter die Fermikante „rutscht“, springt die Stromstärke auf ein niedrigeres Niveau, auf dem sie solange verharrt, bis das nächste Subband unter der Fermikante verschwindet.

Für jedes dieser Subbänder lässt sich die Zustandsdichte $\rho(E)$ nun exakt angeben. Die Zustandsdichte wird im Rahmen des Fermi-Elektronengases als quantenmechanische Modifikation des klassischen Elektronengases eingeführt. Ihre Definition und Herleitung, sowie ihre Verbindung mit der Fermi-Energie und der Fermi-Dirac-Statistik kann zum Beispiel in [10], Kapitel 39.3 nachgelesen werden. Im vorliegenden eindimensionalen Modell lautet die, auf die Länge L_z der freien Bewegungsrichtung normierte Zustandsdichte nun

$$\rho(E) = \frac{1}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}}. \quad (3.6)$$

Durch das Anlegen einer Spannung U zwischen den beiden durch den Nanodraht verbundenen Metalldrähten, die einer Potenzialdifferenz ΔV entspricht, fließt ein Strom ΔI , der sich schreiben lässt als

$$\Delta I = \Delta n \cdot e \cdot v, \quad (3.7)$$

wobei Δn die Zahl derjenigen Elektronen beschreibt, die durch die angelegte Spannung über die Fermikante ins Leitungsband gehoben werden; diese Energiedifferenz ΔE berechnet sich also zu $\Delta E = n \cdot \Delta V$; v bezeichnet die Geschwindigkeit dieser Elektronen, für die die bekannte Energie-Impuls-Beziehung $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}mv^2$ gilt. Mit der Zustandsdichte (3.5) erhalten wir Δn nun explizit:

$$\Delta n = \rho(E) \cdot \Delta E = \frac{1}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} \cdot e\Delta V$$

Mit

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

erhalten wir damit für die Stromstärke ΔI aus Gleichung (3.6):

$$\Delta I = \frac{2e^2}{\hbar} \Delta V.$$

Mittels der Definition für den Leitwert $G := \frac{\Delta I}{\Delta V}$ ergibt das:

$$G = \frac{2e^2}{\hbar} \approx \frac{1}{12906 \, \Omega}. \quad (3.8)$$

Für die Leitfähigkeit in einer Dimension erhalten wir damit als Ergebnis:

$$\sigma(N) = G \cdot N = \frac{N}{12906 \, \Omega}, \quad (3.9)$$

wobei N die Anzahl der Subbänder bezeichnet, die zum Stromfluss beitragen (s.o.). Die Leitfähigkeit ist also nicht mehr kontinuierlich, sondern durch die Anzahl N der beteiligten Subbänder quantifiziert. Der Kontakt der Metalldrähte setzt dem Stromfluss während der kurzen Lebensdauer des Nanodrahts von höchstens 1 ms (vgl. [8] und Kapitel 4.2) einen quantisierten Widerstand von

$$R(N) = \frac{1}{\sigma(N)} = \frac{12906 \, \Omega}{N}, \quad N = 1, 2, \dots \quad (3.10)$$

entgegen.

Dieses Phänomen ist - wie die folgenden Ausführungen zeigen werden - tatsächlich in einem simplen Experiment bei Raumtemperatur beobachtbar.

3.2 Warum bevorzugt Gold?

Zur Beantwortung dieser Frage schreibt Gann in [7]:

„Da Gold kein natürliches Oxid bildet, kommt es an den Kontaktstellen zur Ausbildung metallisch leitfähiger Atombindungen, die man sich als punktuelle Kaltverschweissung vorstellen kann.

Bei einer mechanischen Trennung einer solchen Kontaktstelle spielt die Duktilität des Goldes, d.h. seine Eigenschaft schon bei geringen Zugspannungen plastisch zu fließen, eine wesentliche Rolle: Die Kontaktstellen reißen nicht einfach wieder ab, wie das bei einem harten Material zu erwarten wäre, sondern bilden fadenförmige Verlängerungen aus, mit denen die Drähte zumindest in der Anfangsphase des Trennvorganges verbunden bleiben. [...]

Da im Experiment Leitwert-Quantisierung beobachtet wird, muss man annehmen, dass die „Fäden“ kurz vor dem Abreißen eindimensional im [...] quantenmechanischen Sinn sind, also nur noch eine Dicke von 20-100 Angström aufweisen. Dies erscheint durchaus realistisch, weiß man doch seit langem, dass Gold sich zu nur wenige Atomlagen dicken Folien hämmern lässt. Es wird aber auch klar, dass die meisten anderen Metalle für den Versuch ungeeignet sind, da sie entweder zu hart sind oder eine isolierende Oxidschicht ausbilden, die eine punktförmige leitende Verbindung erst gar nicht entstehen lässt.“

Kapitel 4

Experiment

Die Überprüfung der theoretischen Vorhersagen und der Reproduzierbarkeit der Ergebnisse in den Artikeln wurde während der Osterferien 2006 an der Universität Bayreuth durchgeführt. Ich danke Herrn AkD Dr. Wolfgang Richter am Lehrstuhl Experimentalphysik IV für die freundliche Unterstützung sowie Herrn Prof. Dr. Jürgen Köhler für die freundliche Genehmigung des Aufenthalts in einem Labor des physikalischen Instituts.

4.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau orientiert sich an den Setups aus [7] und [8], die beide natürlich auf der groben Idee von Costa-Krämer in [5] basieren.

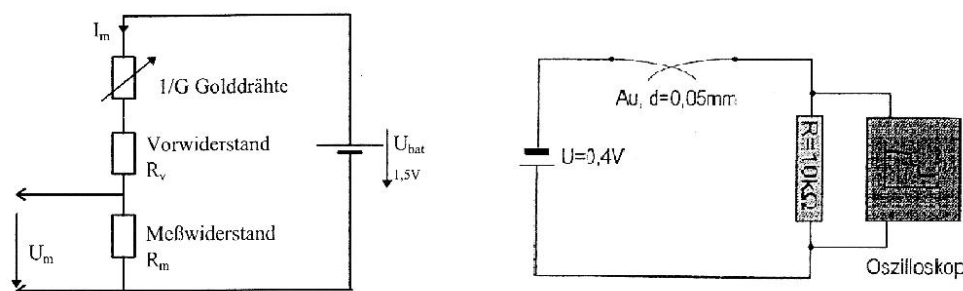


Abbildung 4.1: Die Versuchsaufbauten aus [7] (links) und [8] (rechts): In der linken Schaltung gilt $R_v = 10\text{ k}\Omega$, $R_m = 100\text{ }\Omega$. Der Messwiderstand R in der rechten Schaltung beträgt im Gegensatz zur linken Schaltung $10\text{ k}\Omega$.

Dabei erwies sich der Versuchsaufbau aus [7] als nicht optimal, weil er ein zu stark ver-rauschtes Signal produzierte. Da der Autor selbst schreibt, dass dieser Versuchsaufbau empirisch als optimal gefunden wurde, hängt dessen Wahl wohl mit dem verwendeten Oszilloskop zusammen.

4.1.1 Aufbau

Da eines der Ziele dieser Arbeit war, die Einsatzfähigkeit des Versuchs im alltäglichen Unterricht am Gymnasium zu prüfen, sollte der Versuchsaufbau so einfach wie möglich gehalten werden. Tatsächlich stellte sich nach diversen Modifikationen der einfachste Versuchsaufbau, wie er in etwa in [8] vorgeschlagen wird, als der günstigste heraus:

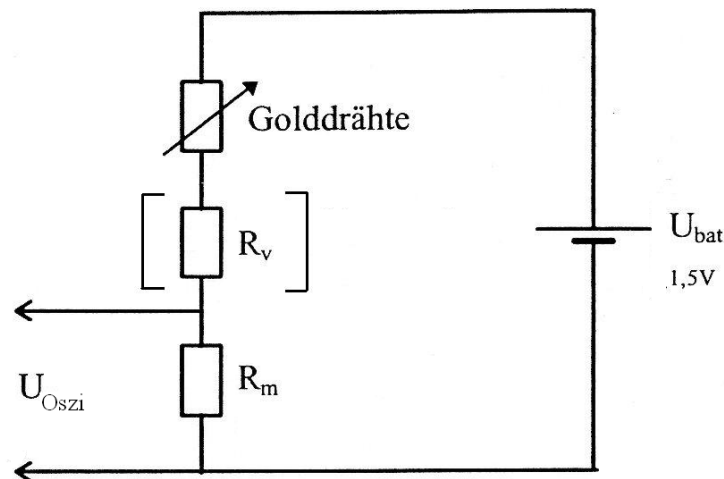


Abbildung 4.2: Der verwendete Versuchsaufbau. In der Schaltung gilt für den Messwiderstand $R_m = 10 \text{ k}\Omega$. Der kleine Vorwiderstand $R_v = 100 \Omega$ wurde bei manchen Messungen optional verwendet.

Das Signal wurde über einem Messwiderstand von $10 \text{ k}\Omega$ mittels des 50Ω -Oszilloskop-Eingangs (der $1 \text{ M}\Omega$ -Eingang war zu verrauscht) abgegriffen. Wie auch in [8] bemerkt, wird der Messwiderstand in der Größenordnung des größten quantenmechanischen Widerstands gewählt, um die Stufen im Diagramm deutlich sichtbar zu machen. Für einige Messreihen wurde außerdem zusätzlich ein Vorwiderstand von 100Ω verwendet, da sich dann die Stufen im Diagramm empirisch als deutlicher herausstellten.

Die Drähte wurden an Hirschmannklemmen fixiert, was eine einfache, pragmatische und Material sparende Möglichkeit darstellt. Die Klemmen wurden auf einer „Dritten Hand“, wie sie beim Löten verwendet wird, so arrangiert, dass die Drähte sich leicht berühren. Als optimal hat sich dabei eine näherungsweise senkrechte Ausrichtung der beiden Drähte zueinander erwiesen (vgl. Abschnitt 4.2.2).

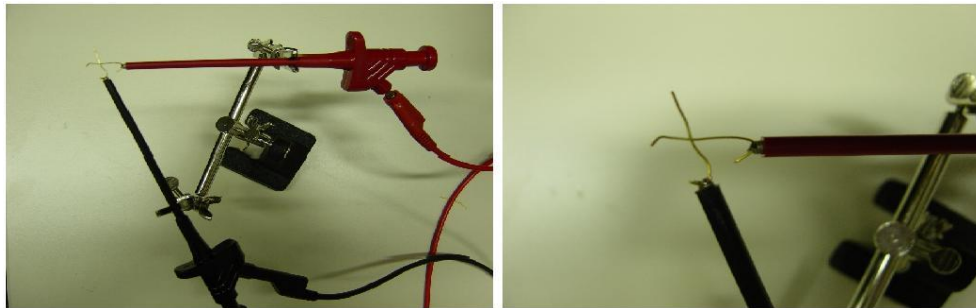


Abbildung 4.3: Golddrähte (hier Durchmesser 0,4 mm) in Hirschmannklemmen, die auf einer „Dritten Hand“ befestigt wurden.

Nachdem die Widerstände zunächst über Krokodilklemmen in den Stromkreis eingebunden waren, wurden sie später auf eine Lochrasterplatine gelötet.

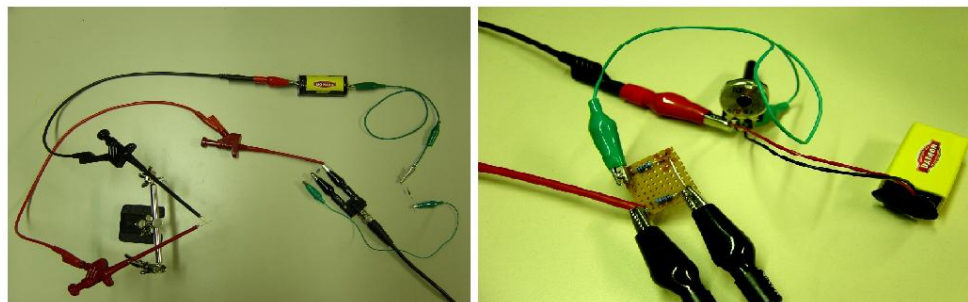


Abbildung 4.4: Realisierter Aufbau mittels Krokodilklemmen (links) und mit gelöteten Widerständen (rechts).

In [8] wird außerdem die Montage der Drähte auf einem Lautsprecher, der mit einem 2 bis 10 Hz Sinussignal angetrieben wird und dadurch die Drähte in Schwingung versetzt, vorgeschlagen. Bei der Reproduktion dieses Arrangements scheiterte eine erfolgreiche Durchführung des Experiments nach dem Austausch des Lautsprechers an dem Fehlen eines geeigneten Verstärkers, da das Signal des Frequenzgenerators zu schwach war. Davon abgesehen stellte sich das Klopfen auf den Tisch bzw. auf die „Dritte Hand“ als ausreichend dar, was den Versuchsaufbau vergleichsweise einfach belässt.

4.1.2 Oszilloskop

Für den Versuch stellte das physikalische Institut der Universität Bayreuth freundlicherweise ein hochauflösendes Speicheroszilloskop zur Verfügung; verwendet wurde ein Modell der Baureihe Hewlett Packard Infinium Oscilloscope HP 548xxA. Dieses Oszilloskop besitzt eine Auflösung von 500 MHz bei einer maximalen Abtastrate von 2 GSa/s (Giga-Samples pro Sekunde).

Verwendete Oszilloskope in der Literatur:

- [7] schlägt ein Speicheroszilloskop mit einer Abtastrate von mindestens 20 MHz vor, verschweigt allerdings das selbst verwendete Modell.
- [8] schlägt das 2 MHz-Speicheroszilloskop GOULD DSO 1421 oder einen PC mit entsprechender AD-Wandlerkarte vor. Welches Gerät nun aber konkret verwendet wurde, wird nicht erwähnt.
- [9] erwähnt das verwendete Oszilloskop nicht, erklärt aber, dass zwischen zwei Messungen $0,2 \mu\text{s}$ lagen, was auf ein 5 MHz-Speicheroszilloskop schließen lässt. Die Verarbeitung der Daten fand am PC in Excel statt.

4.1.3 Spannungsquelle

In [8] wird im Gegensatz zu [7] außerdem vorgeschlagen, als Spannungsquelle einen 9V-Block zu verwenden, dessen Spannung durch einen Spannungsteiler bzw. ein Potentiometer auf unter 1 V reduziert wird, um nichtlineare Effekte zu vermeiden, wie sie N. Garcia und J.L. Costa-Krämer in einem Artikel aus dem Jahr 1996 bemerkten. Dieses Vorgehen wurde mittels eines Schiebewiderstands und Potentiometer verschiedenster maximaler Widerstandswerte nachvollzogen (vgl. Abb. 4.4). Dabei verschwanden zwar unerwünschte Oszillationen insbesondere beim Trennungsvorgang der beiden Drähte, doch konnte selbst bei höchster Auflösung so gut wie nie eine akzeptable Quantisierung der Leitfähigkeit nachgewiesen werden. Um das Phänomen der Leitfähigkeitsquantisierung zu präsentieren, genügt es deswegen, auf einen Spannungsteiler zu verzichten und statt dessen analog zu [7] lediglich eine 1,5 V-Batterie als Spannungsquelle zu verwenden.

4.1.4 Drähte

Entgegen anfänglicher Annahmen stellte es sich zunächst als nicht einfach heraus, einen geeigneten Golddraht zu beschaffen. Tatsächlich verwenden Juweliere und Zahntechniker sowie deren Zulieferer Golddraht mit einer minimalen Dicke von etwa 0,5 mm, was eine Größenordnung über dem empfohlenen Durchmesser liegt. Dieser soll im Sinne eines großen Krümmungsradius und damit einer minimalen Kontaktstelle möglichst klein sein. Dennoch wurde für eine Messreihe 999-Feingolddraht vom Juwelier der Stärke 0,4 mm verwendet. Benötigt werden nur etwa 3 cm; ein Draht der Länge 40 cm kostete dabei 48 Euro.

Nach einiger Recherche, die dankbarerweise durch Ratschläge von Herrn Dr. Richter und Herrn Siebe angeregt wurden, stellte sich die Karlsruher Firma Alfa Aesar GmbH & Co KG

(<http://www.alfa-chemcat.com>) als optimaler Lieferant für dünnen Golddraht heraus. Dort wird u. a. Golddraht der Stärke 0,05 mm und dünner angeboten. Golddraht dieser Stärke wird in der Halbleiterindustrie bei der Herstellung von Mikrochips zum sogenannten „Bonden“ verwendet.¹

¹Darunter versteht man in der Elektrotechnik die Verbindung zwischen Nacktchips und Verdrahtungsträger mittels eines hauchdünnen Drahtes. Dieser wird von der Anschlussfläche des Chips zur Anschlussfläche des Substrates gezogen und „verschweisst“. Die Vorteile der Bondtechnologie sind kurze Verdrahtungswege und die Reduzierung des Platzbedarfs.

Da es bei Alfa Aesar nur den Golddraht der Dicke 0,025 mm in der geringen Länge von 1 m gibt, wurde diese Spezifikation für rund 30 Euro erworben.

Als weiteres Versuchsmaterial wurde Kupferdraht der Dicke 0,05 mm verwendet, der als Einzeladerlitze mit 25 m Länge bei Conrad Electronic GmbH nur etwa 4 Euro kostet.

Allerdings sind die Hirschmannklemmen für Drähte mit Durchmesser von 0,05 mm und darunter eigentlich zu grob. Der Draht ist nicht gut fixiert und kann mitunter den Kontakt zur Klemme verlieren. Deswegen wurde der feine Golddraht auf dicke Silberdrähte gelötet, die ihrerseits eingeklemmt wurden. Das Löten fand auf herkömmliche Art und Weise mit normalem Lötzinn statt. Beim Kupferdraht wird die mehradrige Litze eingeklemmt und am anderen Ende nur eine Ader nicht abgeschnitten.

4.2 Versuchsdurchführung

Das Speicheroszilloskop wurde auf die höchstmögliche Auflösungsstufe und einen zu beobachtenden Zeitraum von etwa $1\ \mu\text{s}$ eingestellt. Diese Zeitskala orientiert sich an den Daten aus [7]. In einem Zeitfenster über mehrere Millisekunden wie in [8] oder [5] konnten keine verwendbaren Ergebnisse produziert werden.

Das optimale Triggerlevel fand sich etwa bei einem Drittel der zu erwartenden Spannungsbandbreite (also in der Regel bei etwa 0,5 V). Wenn der Spannungsabfall an der Abrissstelle diesen Schwellenwert übersteigt, reagiert das Oszilloskop und speichert den Verlauf.

Durch leichtes Klopfen auf den Versuchstisch wurden die Drähte in Schwingung versetzt, so dass sich zwischen ihnen ein Nanodraht ausbilden konnte. Die Diagramme wurden für die beiden verschiedenen Golddrähte und den Kupferdraht sowohl auf Diskette wie auch per Digitalkamera aufgezeichnet.

4.2.1 Annäherung vs. Trennung des Kontakts

Wie bereits erwähnt, wurde der Trennvorgang der beiden Drähte bei der Verwendung der 1,5 V-Batterie stets von einer starken Oszillation überlagert, wodurch sich die zugehörigen Diagramme nicht verwerten ließen. Da die Oszillationen am Oszilloskop auch negative Spannungswerte überstrichen, kann eine mechanische Ursache für die Schwingungen weitestgehend ausgeschlossen werden. Eine Verwendung eines 9V-Blocks, der mittels eines $470\ \Omega$ -Potentiometers auf 1,5 V und 0,5 V „gedrosselt“ wurde, ließ diese Oszillationen zwar verschwinden. Die markanten Quantisierungsniveaus waren aber trotzdem kaum auszumachen.

Aus einer Diskussion mit Herrn Prof. Köhler und Prof. Kador im Rahmen eines Vortrags über die vorliegende Arbeit an der Universität Bayreuth ergab sich dazu folgende Erklärung, die auch Schülern der zehnten Jahrgangsstufe im G8 zugänglich sein dürfte: der Abrissfunken. Als makroskopische Metapher dient ein mechanischer (Licht-) Schalter, der einen Stromkreis, an dem eine hinreichend hohe Spannung anliegt, öffnet bzw. schließt. Der Abrissfunken zeigt sich nun ausschließlich beim Öffnen des Kontakts. Grund und Erklärung ist die Lenzsche Regel, wobei die Kontaktstelle im Schalter als einfachste Spule mit nur einer „Windung“ aufgefasst wird. Durch das Trennen des Kontakts baut sich in

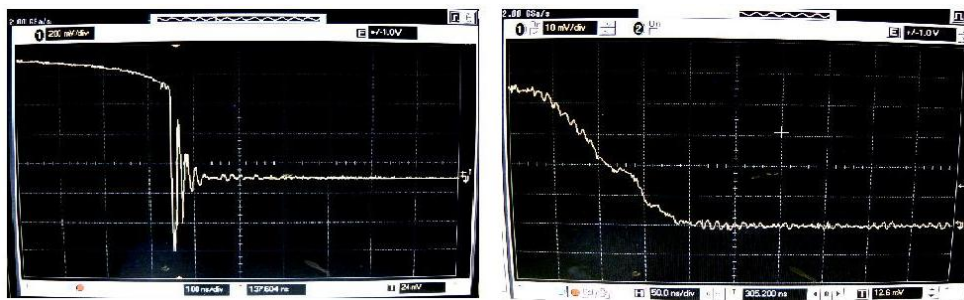


Abbildung 4.5: Trennung des Kontakts: Oszillationen (links); Verwendung eines Potentiometers (rechts). Beide Diagramme sind für eine Auswertung unbrauchbar.

der idealisierten Spule eine Induktionsspannung auf, die wiederum einen Strom induziert, der der Trennung entgegenwirkt. Somit ergibt sich im makroskopischen Fall ein sichtbarer Funke und im Falle der Nanodrähte eine am Oszilloskop beobachtbare gedämpfte Schwingung der Zeit-Spannungs-Kurve, die das Wirken der induzierten Spannung und Stromstärke widerspiegelt.

Durch diese Deutung erklärt sich auch die Abschwächung der Oszillationen beim Anlegen einer reduzierten Spannung (vgl. Abb. 4.5), welche natürlich auch die Induktionsspannung reduziert. Obwohl dies im Rahmen dieser Arbeit nicht zum erhofften Erfolg geführt hat, kann dies künftigen Experimentatoren als Ratschlag mit auf den Weg gegeben werden.

Laut [8] bilden sich die Nanodrähte aber nicht nur bei der Trennung, sondern auch bei der Annäherung eines mechanischen Kontaktes aus. Tatsächlich konnten im Experiment beim Schließen des Kontaktes die markanten Plateaus am Oszilloskop sehr häufig nachgewiesen werden. Obwohl in der bisherigen Literatur lediglich die Quantisierung der Leitfähigkeit bei der Trennung eines Kontaktes betrachtet wurde, scheint es so, als könnte im (einfachen Schul-)Experiment eine entsprechende Quantisierung beim Schließen des Kontaktes wesentlich unproblematischer gezeigt werden. Im Satzesatz von [8] hingegen klingt es so, als wäre eine Beobachtung dieses Phänomens eher die Ausnahme:

„Gelegentlich kann auch eine stufenweise Zunahme des Stroms beobachtet werden, wenn der Kontakt wieder geschlossen wird.“

Das Bild vom „Eintunken“ der Spitze in die Oberfläche, wie es in [4], FIG. 3. nahegelegt wird, ist dann als Veranschaulichung aber eher irreführend und ungeeignet. Auch das „Ziehen von Käsefäden bei der Pizza“ in [1] kann nur beim Trennvorgang des Kontakts als erklärendes Bild verwendet werden.

Insgesamt stellt sich die Frage, warum das Modell der Nanodrähte auch beim Schließen des Kontakts die Plateauhöhen korrekt beschreibt und vorhersagt, obwohl a priori nicht klar ist, wie eine plötzliche Existenz eines sehr dünnen Nanofadens zu rechtfertigen ist, der dann mit zunehmender Dicke schrumpft. In der gesichteten Literatur fanden sich hinsichtlich dieser Problematik keine Erklärungs- bzw. Deutungsversuche (wohl auch wegen

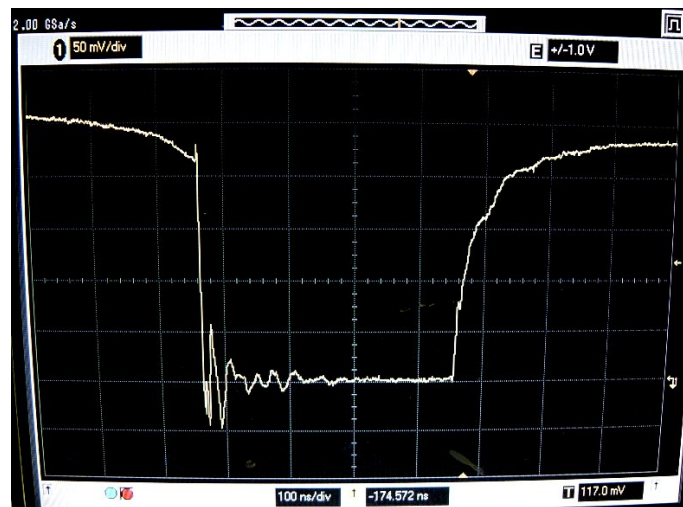


Abbildung 4.6: Das Diagramm zeigt das Öffnen und Schließen des Kontakts. Die Trennung ist von einer Oszillation überlagert; der Schließprozess zeigt allerdings sehr schön die erwarteten Quantisierungsstufen.

der bisherigen Konzentration auf den Trennungsvorgang).

Die schon weiter oben erwähnte Diskussion mit den Vertretern des Lehrstuhls für Experimentalphysik IV der Universität Bayreuth lieferte dazu folgende Erklärung: Die Oberfläche des Drahtes ist bei hinreichend naher Betrachtung nicht glatt. Bei Annäherung dieser „zerklüfteten Landschaften“ aneinander, kann von „Berg zu Berg“ bereits ein Nanodraht ausgebildet werden, der dann im folgenden durch Einbeziehung „tiefer liegender Landschaften“ verstärkt wird. Hierbei kann es dann auch zu einer „Überlagerung“ bzw. Existenz mehrerer Nanodrähte kommen.

4.2.2 Das Problem der Reproduzierbarkeit

Ich möchte zunächst [8] und [9] zitieren:

„Da die Bildung der Nanodrähte auch von nicht genau genug beeinflussbaren Faktoren wie z.B. der Kontaktstelle abhängt, fällt das Signal bei jeder Einzelmessung sehr unterschiedlich aus, und die charakteristischen Stufen sind nicht immer sichtbar.“

„Da das Signal am Oszilloskop häufig keine Quantisierungsplateaus zeigt (vermutlich kein ausgebildeter Nano-Wire vorhanden, bzw. nicht lang und ausgeprägt genug, um vom Oszilloskop detektiert zu werden), müssen die Bilder nach Qualität selektiert werden. Nur ca. jedes zehnte Bild liefert das charakteristische Bild eines Nano-Wires und damit einer Quantisierung.“

Für das im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Experiment gilt dasselbe wie oben erwähnt. Bei „ungeübter“ Durchführung zeigt tatsächlich nur etwa jede zehnte Kurve das gewünschte Muster.



Abbildung 4.7: Die Abbildung zeigt ein ungeeignetes Diagramm, das keine signifikanten Quantisierungsniveaus aufweist.

Hat man sich allerdings mit der optimalen Anordnung der Drähte und der Einstellung des Oszilloskops (insbesondere des Triggerlevels) vertraut gemacht, so kann bereits jede dritte Messkurve das ersehnte Muster zeigen. Dies gelang mit dem einfachsten Aufbau, einer 1,5 V-Batterie und Klopfen auf den Tisch. Für einen potenziellen Unterrichtseinsatz, der „sceptical schoolchildren“ (vgl. [1] im Vorwort) überzeugen soll, mag dies allerdings immer noch als Unsicherheitsfaktor und das ganze Experiment deswegen als heikel angesehen werden.

Eine plausible Erklärung für die mangelhafte Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse sowie für die hohe Diversität der Ergebnisse ergibt sich abermals aus dem Deutungsansatz der Draht-oberflächen als zerklüfteter Landschaften auf kleiner Skala. Verschiedene „Berge“ bilden zu verschiedenen (relativ zueinander verschobenen) Zeitpunkten Nanodrähte zur gegenüber liegenden Drahtoberfläche aus. Durch diese zwar simultane, allerdings nicht synchrone Existenz verschiedener Nanofäden kommt es nun zur Überlagerung der einzelnen spezifischen „Stufenstrukturen“ im Oszilloskopbild. Aufgrund der unterschiedlichen Abstände der „Berge“ voneinander besitzen die entstehenden Nanofäden nun auch marginal unterschiedliche Längen. In Folge „verwaschen“ die Bilder, und die markante Stufenstruktur ist verwaschen. Gute und aussagekräftige Beobachtungen erhält man deswegen nur dann, wenn sich durch Zufall ein Oberflächenkontakt einstellt, bei dem die sich einander annähernden Oberflächen in ihrer „Landschaft“ nahezu identisch sind, so dass sich annähernd synchron Nanofäden ausbilden bzw. tatsächlich nur ein Faden existiert. Da diese Situation allerdings nicht absichtlich, sondern nur rein zufällig herbeigeführt werden kann, bleibt ein positives und überzeugendes Versuchsergebnis leider nur ein statistischer Effekt. Falls die Ergebnisdaten z. B. durch ein Speicheroszilloskop in Form eines USB-Interfaces in Tabellenform aufgezeichnet werden können, so bietet sich hier allenfalls nur eine Mittelung von Versuchsreihen als Ausweg an (vgl. z.B. [9]). Dies nimmt dem Experiment allerdings den Charme seiner Einfachheit.

Abgesehen davon kann obiges Manko aber auch als Chance dahingehend interpretiert werden, den Schülern eine realistische Sichtweise auf die experimentalphysikalische Praxis zu vermitteln. Die oben erwähnten „zerklüfteten Landschaften“ der Drahtoberflächen sind den Schülern als Erklärungsmodell für den statistischen Charakter der Versuchsergebnisse zugänglich. Hier bietet es sich an, dies mit den Schülern im Unterricht zu diskutieren. Dadurch wird die heikle Eigenart des Experiments aufgehoben und für die Schüler einsichtig. Es können außerdem weitere Maßnahmen zum sichereren Gelingen des Experiments getroffen werden: zum einen sollten die Drähte, wie in Abb. 4.3 angedeutet, nahezu senkrecht zueinander ausgerichtet sein. Dadurch ist die Lage der Drähte zueinander in bezug auf mehrere Versuchsdurchführungen sehr stabil, und das für eine Kontaktausbildung mittels Nanofäden in Betracht kommende Areal beider Drahtoberflächen wird auf ein Minimum reduziert. Um Letzteres zu unterstützen, sollte zum anderen auch dünnem Draht der Vorzug gegeben werden. Dafür spricht auch die überwiegende Mehrheit positiver Versuchsergebnisse im Rahmen dieser Arbeit, die mittels des dünnen Golddrahts (Durchmesser 0,025 mm) gewonnen wurden.

4.3 Ergebnisse und Auswertung

Für alle verwendeten Materialien fanden sich Diagramme, die eine quantisierte Stufenstruktur sehr deutlich zeigten. Die Demonstration der Tatsache, dass die Leitfähigkeit eines Nanodrahts bzw. der Widerstand einer metallischen Kontaktstelle quantisiert ist, lässt sich also auch leicht und erfolgreich sogar mit billigem Kupferdraht (besser allerdings mit Golddraht) bewerkstelligen.

Die exakte Übereinstimmung der Diagrammplateaus mit den theoretisch bestimmbareren Werten passt hingegen seltener. Trotzdem lassen sich auch solche Beispiele (insbesondere bei Verwendung des dünnen Golddrahts) finden.

4.3.1 Widerstand-Spannungs-Relation

Aus Abbildung 4.1.1 lässt sich ersehen, dass in der verwendeten Schaltung gilt:

$$\frac{U_{Osz}(N)}{R_M} = \frac{U_{max}}{R_M + R(N) (+R_V)} \quad (4.1)$$

$$\Rightarrow U_{Osz}(N) = \frac{R_M}{R_M + R(N) (+R_V)} \cdot U_{max} \quad (4.2)$$

$$= \frac{10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega + \frac{12906 \text{ }\Omega}{N} (+100 \text{ }\Omega)} \cdot U_{max} \quad (4.3)$$

Dabei steht U_{max} für die maximale Spannung, die an der Kontaktstelle anliegt. Normalerweise sollte bei nicht vorhandenem Vorwiderstand $U_{max} = U_{Batterie} (= 1,5 \text{ V})$ gelten, doch es zeigte sich, dass an dem vibrierenden Draht bei Kontakt nicht immer die volle Batteriespannung erreicht werden konnte. Grund hierfür kann der auf ein Minimum reduzierte Anpressdruck der beiden Drähte aufeinander sein, der natürlich auch die Kontaktstelle in ihrer Qualität verschlechtert. Es galt also gemeinhin $U_{max} \leq U_{Batterie}$.

4.3.2 Glatte Kurven im klassischen Fall

Zunächst soll die Frage geklärt werden, welche Diagramme im klassischen Fall zu erwarten wären. Dabei gehen wir zwar ebenfalls von der Vorstellung aus, dass sich zwischen den beiden Drähten ein Nanodraht ausbildet; wir verzichten jedoch auf das quantenmechanische Subbandmodell aus Kapitel 3. Wir ordnen dem Nanodraht also einen Widerstand zu, der rein makroskopisch von seinem Material (spezifischer Widerstand ρ) und seiner Dimensionierung (Länge l und Querschnittsfläche A) abhängt:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (4.4)$$

Gehen wir weiter von der plausiblen Annahme aus, dass der Nanodraht unabhängig von seiner Länge l stets aus einer konstanten Anzahl Atome (also konstanter Masse) besteht, so können wir von einem konstanten Volumen des Nanodrahts sprechen. Dies unterstreicht die Tatsache, dass der Faden bei Trennung der beiden Drähte immer dünner und bei Annäherung immer dicker wird. Fassen wir den Faden als Prisma oder Zylinder (mit konstantem Volumen $V = A \cdot l$) auf, so erhalten wir für den Widerstand des Nanodrahtes eine quadratische Abhängigkeit von seiner Länge:

$$R(l) = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \cdot \frac{l}{\frac{V}{l}} = \frac{\rho}{V} \cdot l^2 = k \cdot l^2, \quad k = \text{const.} \quad (4.5)$$

Für die verwendete Schaltung gilt damit gemäß (4.2) näherungsweise:

$$\begin{aligned} U_{Osz}(l) &= \frac{10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega + R(l) (+100 \text{ }\Omega)} \cdot U_{max} \\ &= \frac{10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega + k \cdot l^2 (+100 \text{ }\Omega)} \cdot U_{max}, \quad k = \text{const.} \\ &\approx \frac{1}{1 + k' \cdot l^2} \cdot U_{max}, \quad k' = \text{const.} \end{aligned}$$

Folgende Abbildungen zeigen damit die zu erwartenden Diagramme beim Trennen bzw. Schließen des Kontakts (hier: $k' = 1$):

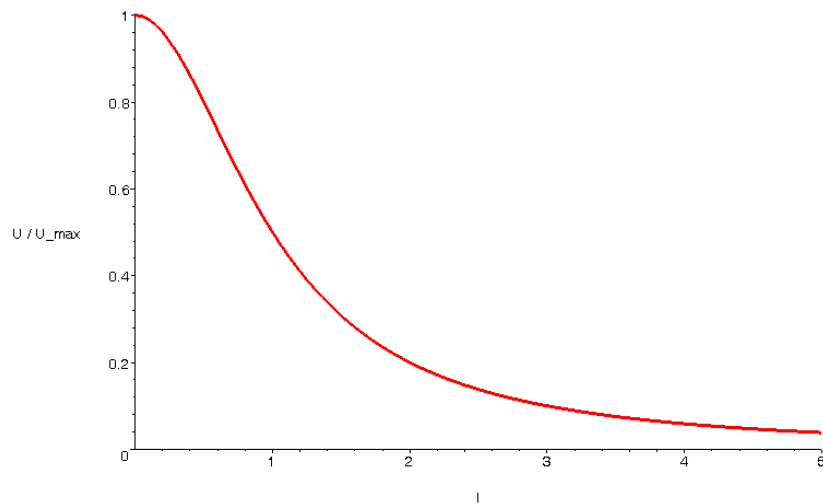


Abbildung 4.8: Mit MAPLE generiertes Diagramm, das das von der klassischen Physik vorhergesagte Verhalten der abfallenden Spannung beim Trennen des Kontakts zeigt.

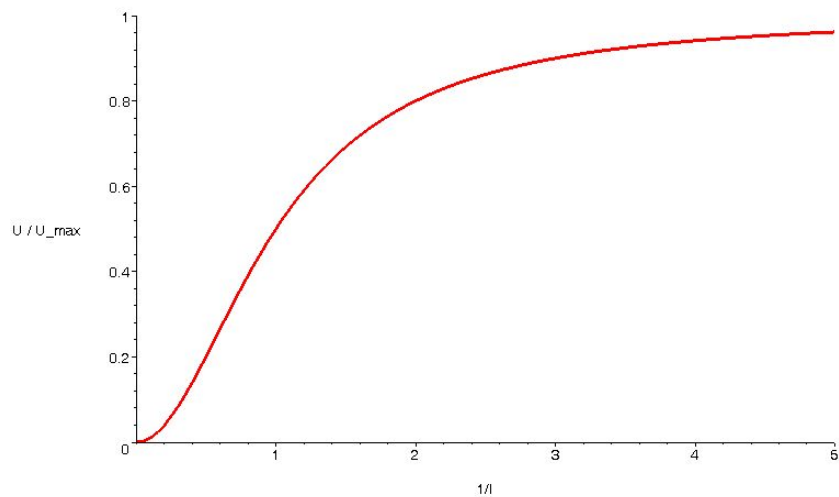


Abbildung 4.9: Mit MAPLE generiertes Diagramm, das das von der klassischen Physik vorhergesagte Verhalten der abfallenden Spannung beim Schließen des Kontakts zeigt.

4.3.3 Prognose der Plateauhöhen

Im Gegensatz zu den klassisch zu erwartenden Kurven erhält man allerdings im Experiment abgestufte Diagramme. Zur Bestimmung der „Höhe“ der Plateaus über der „Nulllinie“ im Diagramm verwenden wir die Beziehung (4.3). Damit ergibt sich näherungsweise:

$$\begin{aligned}
 U_{Osz}(N=1) &\approx 0,44 \cdot U_{max} \\
 U_{Osz}(N=2) &\approx 0,61 \cdot U_{max} \\
 U_{Osz}(N=3) &\approx 0,70 \cdot U_{max} \\
 U_{Osz}(N=4) &\approx 0,76 \cdot U_{max} \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

Die im Einzelfalle (asymptotisch) erreichte Maximalspannung U_{max} am Kontakt kann zum Beispiel aus der Höhe des ersten Plateaus berechnet werden:

$$U_{max} \approx \frac{U_{Osz}(N=1)}{0,44} \tag{4.7}$$

Die Plateauhöhen aus (4.6) wurden für einschlägige gute Ergebnisdiagramme mittels (4.7) berechnet und zur leichteren Identifikation mittels eines Grafikbearbeitungsprogramms nachträglich eingetragen.

4.3.4 Konkrete positive Beispiele

Die nachfolgenden Diagramme zu a) und b) zeigen sehr gut die ersten vier Quantisierungsstufen, wobei die maximale Spannung an der Kontaktstelle noch innerhalb des beobachteten Zeithorizonts erreicht wird. Die höheren Plateaus gehen im Rauschen verloren. Bemerkenswert ist, dass es sich bei a) um den dickeren Golddraht handelt, der ohne Probleme direkt in die Hirschmannklemmen eingespannt werden kann. Allerdings ist die zeitliche Auflösung mit 50 Nanosekunden pro x-Achsen-Einheit sehr klein. Dies macht in der Praxis den Einsatz eines Speicheroszilloskop mit einer Abtastrate von mindestens 200 MHz erforderlich. Bei b) handelt es sich um den dünneren Golddraht, der auf Silberdrähte gelötet wurde. Der in beiden Fällen verwendete Vorwiderstand $R_V = 100 \, \Omega$ löste zwar die einzelnen Plateaus besser auf, reduzierte aber die maximale Spannung am Kontakt auf wenige 100 bis 300 mV.

Die Diagramme zu c) und d) wurden ohne den Vorwiderstand und mit dem feineren Golddraht erzeugt. Ohne den Vorwiderstand ist das Spannungsniveau höher und deswegen die Kurve insgesamt weniger verrauscht, da am Oszilloskop eine weniger starke Auflösung gewählt werden konnte. Der maximale Spannungswert liegt bei diesen zwar nicht innerhalb des beobachteten Zeitfensters, dafür sind aber einerseits die ersten beiden Plateaus signifikanter ausgeprägt und andererseits die Zeitauflösung mit 100 Nanosekunden pro x-Achsen-Abschnitt nur halb so hoch. Damit genügt für eine derartige Messung ein 100 MHz- oder eventuell sogar ein 50 MHz-Speicheroszilloskop. Moderne USB-Interfaces für den Computer schaffen diese Auflösung bei einem vertretbaren Preis von einigen 100 Euro. Beispiele inkl. Software finden sich etwa bei Conrad Elektronik (<http://www.conrad.de>, Stand 08.06.2006, Suchbegriff: „Speicheroszilloskop“):

- USB Oszilloskop-Vorsatz Picoscope 3204 (200 MHz): ca. 640,- EUR
- 200 MHz USB Digital Oszilloskop SDS-200A: ca. 850,- EUR
- Oszilloskop-Vorsatz DSO-2100 USB (50 MHz): ca. 350,- EUR

Dieses Ergebnis tendiert in Richtung der Aussage in [7] zur Auflösung des Oszilloskops, widerspricht allerdings entschieden der Empfehlung in [8], die eine ganze Größenordnung darunter liegt (vgl. Abschnitt 4.1.2).

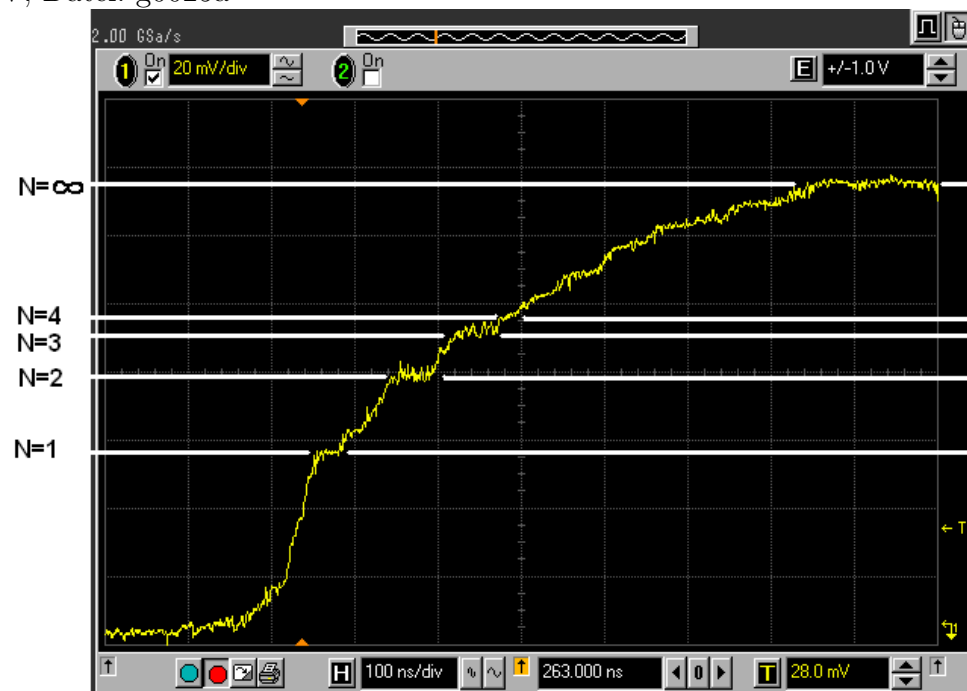
In die Diagramme wurden die gemäß Kapitel 4.3.3. berechneten theoretischen Plateauhöhen soweit erkennbar nachträglich eingetragen. Sie zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Stufen. Die Höhe „ $N=\infty$ “ entspricht dabei der gemäß (4.7) ermittelten Maximalspannung. Das Triggerlevel ist durch das kleine T am unteren rechten Rand sowie den Zahlenwert unten rechts erkennbar. Ebenso lassen sich die Einheiten in x- und y-Richtung mittig unten bzw. links oben im abgebildeten Fenster ablesen.

Bei der Verwendung eines USB-Interfaces als Ersatz für das Stand-Alone-Speicheroszilloskop, würde sich noch die Möglichkeit der Umstandardisierung der gemessenen Spannungswerte in Einheiten der Quantenleitfähigkeit G anbieten, wie es z.B. in Abbildung 2.1 vollzogen wurde. Dadurch liegen die beobachteten Stufen äquidistant. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit war dies leider nicht möglich.

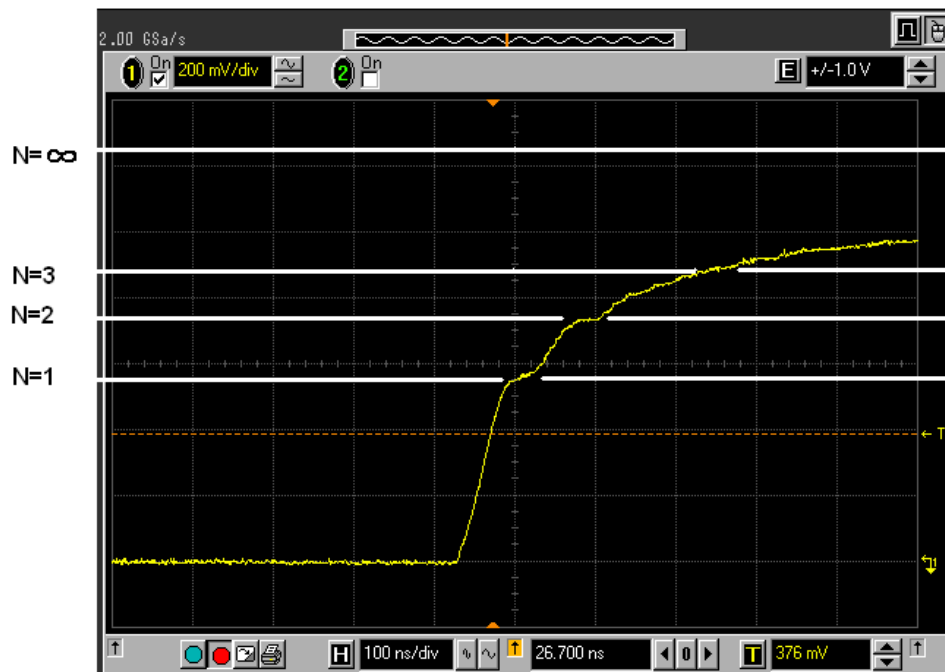
- a) 999-Feingolddraht, Durchmesser 0,4 mm, mit Vorwiderstand $R_V = 100 \, \Omega$, Batterie 1,5 V; Datei: g04b



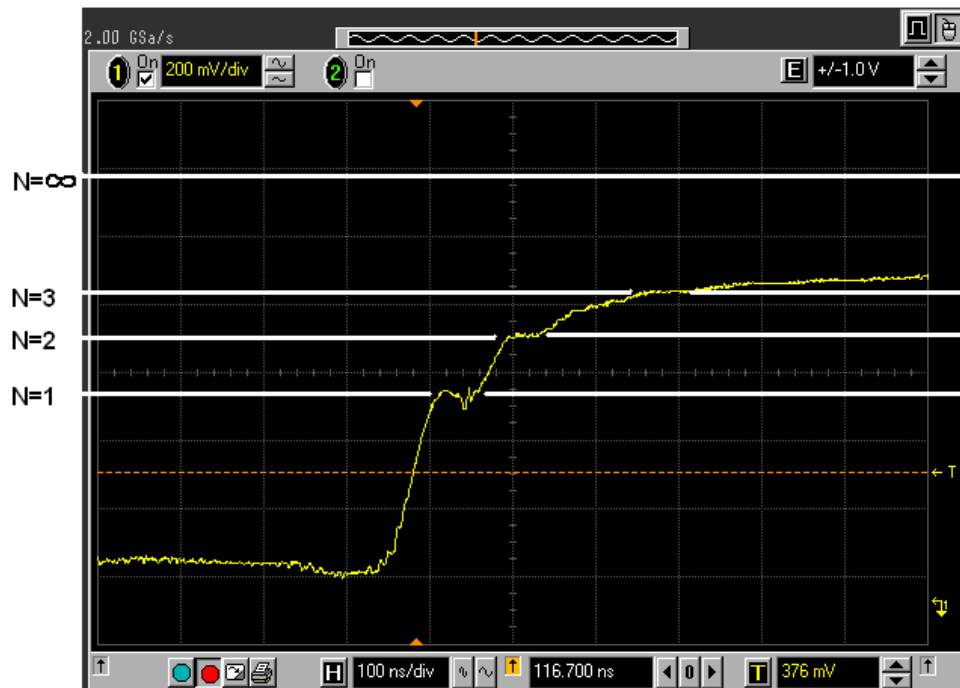
- b) Golddraht, Durchmesser 0,025 mm, mit Vorwiderstand $R_V = 100 \, \Omega$, Batterie 1,5 V; Datei: g0025a



- c) Golddraht, Durchmesser 0,025 mm, ohne Vorwiderstand, Batterie 1,5 V; Datei: g0025co100



- d) Golddraht, Durchmesser 0,025 mm, ohne Vorwiderstand, Batterie 1,5 V; Datei: g0025do100



Kapitel 5

Einbindung in den Fachlehrplan Ph10, G8

5.1 Einordnung und Rechtfertigung

Im vorläufigen Lehrplan(entwurf) für die zehnte Klasse im achtstufigen Gymnasium findet sich zunächst der einleitende Absatz “Physikalische Weltbilder“:

Bei Jugendlichen dieser Altersstufe entwickelt sich zunehmend Interesse an philosophischen und weltanschaulichen Themen. Damit verbunden sind auch Fragen nach dem Aufbau und den Gesetzmäßigkeiten des Mikro- und Makrokosmos. Die Schüler der Jahrgangsstufe 10 erfahren, wie sich das Bild von der Natur aus den Vorstellungen in der Antike über das auf wenigen Prinzipien aufbauende System Newtons bis hin zur Quantenphysik entwickelt hat. Hierbei erkennen sie, dass zunehmend verfeinerte Untersuchungsmethoden zu Ergebnissen führen können, die mit den jeweils geltenden Vorstellungen und Theorien nicht in Einklang zu bringen sind und deshalb die Entwicklung neuer umfassenderer Modellvorstellungen erzwingen.

Der thematisierte Versuch zur Demonstration der quantisierten Leitfähigkeit greift diesen Leitgedanken auf, indem er den Schülern eine wesentliche Gesetzmäßigkeit des Mikrokosmos bzw. der Quantenphysik, aufzeigt: das Auftreten quantisierter Messergebnisse (vgl. [2]). Ohne die hohe Auflösung des zu verwendenden Oszilloskops und die Möglichkeit, die auf einer sehr kleinen Zeitskala stattfindenden Spannungsänderungen aufzuzeichnen, wäre diese Erkenntnis allerdings auch gar nicht erst möglich. Dies gilt es, dem Schüler bewusst zu machen. Aufbauend auf den Beobachtungen können (und müssen) dann alternative Modellvorstellungen, die im Mikrokosmos gelten, diskutiert werden.

Unter der Rubrik “Grundwissen“ des neuen Lehrplan(entwurf)s findet sich dann:

- *[Die Schüler] kennen grundlegende Aussagen der Quantenphysik und deren Auswirkungen auf die Technik und das physikalische Weltbild.*

- *[Die Schüler] kennen Denk- und Arbeitsweisen der klassischen und modernen Physik und sind sich des Modellcharakters physikalischer Aussagen und derer Grenzen bewusst.*

Zur Umsetzung des ersten Punktes bietet sich die Thematisierung der quantisierten Leitfähigkeit von daher an, als dass der Versuch historisch aus dem Problemfeld des Rastertunnelmikroskops erwachsen ist (vgl. Kapitel 2). Der Lehrkraft eröffnet sich damit die Möglichkeit, unter Verwendung der historischen Hintergrundinformationen wie sie in Kapitel 2 gegeben werden, ein genetisches Unterrichtskonzept zu verfolgen. Die Schüler können und sollen - wie im zweiten Punkt des obigen Grundwissenskatalogs gefordert - erkennen, dass das klassische Konzept des Mikroskops beim Eintritt in den Mikrokosmos an seine Grenzen stößt. Die Substitution des rein optischen Systems (Linsenfolge und menschliches Auge) durch ein elektronisches (Rastertunnelmikroskop) sieht sich mit physikalischen Effekten konfrontiert, die durch klassische Modellaussagen nicht zu deuten sind und neue Konzepte erfordern.

Im Detail gibt der Lehrplan(entwurf) für die Quantenphysik in der 10. Klasse folgende Ziele vor, für die im Ganzen etwa 15 Unterrichtsstunden veranschlagt werden:

Die Schüler erarbeiten sich grundlegende Kenntnisse über Wellen und deren Ausbreitung. Experimente verdeutlichen den Wellen- und Teilchencharakter von Licht sowie von Masseteilchen und führen zu einer neuen Physik der Quantenphysik. Die Jugendlichen gewinnen einen Einblick in grundlegende Inhalte und Denkweisen dieser Theorie sowie deren Auswirkungen auf moderne Technologien. Dabei wird ihnen bewusst, dass ihre bisherige, von der klassischen Mechanik bestimmte Anschauung in manchen Fällen versagt und dass die Quantenphysik zwangsläufig zu einem fundamental anderen physikalischen Weltbild führt.

- 1 *Wellenphänomene in verschiedenen Bereichen der Physik*
 - a) *Grundbegriffe: Transversal- und Longitudinalwellen*
 - b) *Interferenz zweier Wellen, Beugung*
 - c) *stehende Wellen*
- 2 *Wellencharakter und Teilchencharakter des Lichts*
 - a) *Interferenz von Licht am Doppelspalt*
 - b) *qualitativer Nachweis des Photoeffekts und dessen Deutung durch Photonen, Energie von Photonen*
 - c) *Vertiefungsmöglichkeit: Spektrum elektromagnetischer Wellen*
- 3 *Teilchencharakter und Wellencharakter von Elektronen*
 - a) *Demonstration der Elektronenbeugung im Experiment*
- 4 *Photonen und Masseteilchen als Quantenobjekte*
 - a) *Unmöglichkeit der Vorhersage von Einzelereignissen*
 - b) *statistische Deutung bei einer großen Anzahl von Quantenobjekten*

- c) *Hinweis auf die Quantenphysik als Grundlage moderner Technologien (z. B. Halbleiter, Laser)*
- d) *Vertiefungsmöglichkeit: Unbestimmtheitsrelation von Heisenberg (Plausibilitätsbetrachtung bei der Beugung am Einfachspalt, Aufhebung des Bahnbegriffs)*

Das oben erwähnte Rastertunnelmikroskop bietet sich hier wiederum als ausgezeichnetes Anwendungsbeispiel moderner Technologie an, auf die die Gesetze der Quantenmechanik Auswirkung haben (vgl. Punkt 4c)). außerdem kann im Zusammenhang mit der Verwendung des hauchdünnen Golddrahts auf dessen Verwendung beim „Bonden“ eingegangen werden (vgl. Abschnitt 4.1.4).

Durch die Thematisierung der Wellenphänomene unter den Punkten 1 und 2 ermöglicht insbesondere Punkt 3 einen konkreten Erklärungsansatz für die Stufen in den beobachteten Bildern am Oszilloskop (vgl. nächstes Kapitel).

Im Zusammenhang mit dem „Profilbereich am NTG“, auf den der Lehrplan(entwurf) noch gesondert eingeht, eröffnet sich ebenfalls die Möglichkeit, das Phänomen der Leitfähigkeitsquantisierung eingängiger zu untersuchen, sowie seine Auswirkung auf die (Computer-) Elektronik zu erörtern: immer kleinere Strukturen in der Welt der Nanotechnologie fordern ein gezieltes Verständnis der Effekte, die z.B. beim Öffnen und Schließen eines (Punkt-)Kontaktes auftreten.

5.2 Konkrete Lernvoraussetzungen und Lernziele

Die Schüler der zehnten Jahrgangsstufe sind mit dem Konzept des Widerstands sowie dem Aufbau einfacher elektrischer Schaltkreise seit der 7. Klasse Natur und Technik bzw. 8. Klasse Physik im G8 hinreichend vertraut. Kenntnis und evtl. Verständnis eines Oszilloskops erlangen die Schüler im Rahmen des Elektrik-Kapitels der Physik in der 9. Klasse im G8. Im Profilbereich des NTG wurde dabei eventuell sogar Elektrotechnik bzw. Mikroelektronik gewählt. Nicht (mehr) verpflichtend ist im G8 die Einführung des spezifischen Widerstands. Sollte dieses Wissen bei den Schülern der 10. Jahrgangsstufe daher nicht vorhanden sein, so empfiehlt es sich, dies nachzuholen. Ein grobes heuristisches Vorgehen erscheint dabei ausreichend. Die Kenntnis des Zusammenhangs von spezifischem Widerstand, Länge des Leiters und dessen Querschnitt ($R = \rho \cdot \frac{l}{A}$) ermöglicht dann nämlich die vermeintliche Prognose der Oszilloskopbilder, wie sie im klassischen Kontext zu erwarten sind. Ausgehend von der Schaltskizze sind die Schüler in der Lage, sämtliche in Kapitel 4.3 gezogenen Schlüsse nachzuvollziehen. Der kognitive Konflikt, der sich aus dem Widerspruch zwischen der (klassischen) Prognose in Form von „glatten Kurven“ und den tatsächlich gemessenen Diagrammen mit ihren markanten Stufen ergibt, eignet sich gut, um auf wesentliche Aspekte der Quantenphysik einzugehen.

Ein Deutungsversuch der von der „glatten Prognose“ abweichenden Versuchsergebnisse erfordert allerdings weiterführende Lernvoraussetzungen seitens der Schüler. Ohne ein grobes Modell des Bändermodells (Leitungsband usw.) im Festkörper kann ein zufriedenstellendes Verständnis des „Stufeneffekts“ aber nicht erreicht werden. Eventuell bietet es

sich hier an, auf das den Schülern bekannte Konzept eines „freien“ Elektrons zurückzugreifen. Die Schüler lernen spätestens in der achten Klasse des G8, dass die vorhandene Anzahl eben jener „freien“ Elektronen im Leiter für den Ladungstransport und damit auch für den Widerstand verantwortlich ist. Der Übergang in die quantenmechanische Denkweise besteht nun darin, diesen Elektronen den quantenmechanischen **Zustand** „frei“ zu attestieren.

Die bereits erfolgte Diskussion von Wellenphänomenen im Makrokosmos sowie in Bezug auf den Wellencharakter von Licht und insbesondere Elektronen liefert das Fundament für einen konkreten Erklärungsansatz, wobei auf eine fundierte mathematische Betrachtung verzichtet werden kann: im Bereich des Nanofadens sind die Elektronen auf einen „sehr engen“ und begrenzten Raum gezwungen. Ähnlich einer schwingenden Saite, die an beiden Enden fest eingespannt ist, müssen sich die Elektronen nun als stehende Wellen mit ihrer (Schwingungs-) Energie arrangieren. Dabei gibt es aber - wie man z.B. gut im Rahmen der Akustik am Monochord beobachten kann - nur bestimmte Zustände, die wiederum abhängig von der Dimensionierung des Nanofadens sind. Auch einschlägige Computersimulationen zu stehenden Wellen bieten sich hier an (vgl. z.B. Leifi 11. Klasse G9 im Internet unter http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web_ph11/index.htm). Den Schülern kann nun mitgeteilt werden, dass bestimmte (höhere) Schwingungsmoden dem Zustand eines „freien“ Elektrons entsprechen (Mindestenergie notwendig). Damit wird aber nun auch klar, dass sich die restlichen „nicht freien“ Elektronen des Leiters ebenfalls in unterschiedlichen Zuständen diskreter Energie aufhalten müssen, denn unterhalb der „freien Mindest(schwingungs)energie“ gibt es nur ganz spezielle weitere Schwingungsmoden der Saite. Den Schülern wird damit auf anschauliche Art und Weise ein plausibles Modell der Bänderstruktur innerhalb eines Festkörpers gegeben, ohne dass dies mathematisch induziert worden wäre. Ich möchte deswegen hier von einem **„naives Bändermodell“** sprechen.

Durch Änderung der Dimensionierung des Nanofadens ändern sich nun die „Rahmenbedingungen“ für die Elektronen im Faden. Am Analogiemodell Monochord kann man sich dabei vorstellen, dass die Saitenlänge zu- bzw. abnimmt. Bei konstanter (Schwingungs-)Energie der Elektronen gehen diese nun bei einer hinreichenden Energiedifferenz eventuell in andere Zustände (Schwingungsmoden) über, wodurch sich beim Über- bzw. Unterschreiten einer bestimmten Saitenlänge die Anzahl der Elektronen in den verschiedenen Zuständen und damit auch im „freien“ Zustand abrupt ändert. Dies führt zu einer sprunghaften Änderung des Widerstands.

Eine vollständige Durchdringung des physikalischen Hintergrunds (wie er z.B. in Kapitel 3 beschrieben ist) kann (und will) dieses Vorgehen aber nicht leisten. Für eine nachhaltige, verständliche und vor allen Dingen faszinierende Vorgehensweise zur Einführung in die Welt der Quantenphysik, die auf vorhandenen Schülervorstellungen aufbaut, erscheint dieses Konzept allerdings gut geeignet.

Im nachfolgenden sind Lernvoraussetzungen und Lernziele noch einmal tabellarisch aufgelistet. Dabei wird in eckigen Klammern auf die entsprechenden Stellen im G8-Lehrplan verwiesen. Die mit * gekennzeichneten Lernvoraussetzungen und -ziele sind für einen groben Erklärungsversuch notwendig (und wahrscheinlich auch hinreichend).

Lernvoraussetzungen:

- Fähigkeit zur Interpretation eines Abstand-Spannungs-Diagramms [M 6.5].
- Fähigkeit zum Verständnis und zur Anfertigung von Schaltskizzen einfacher Stromkreise [NT 7.1.2 und Ph 8.3].
- Kenntnis und Verständnis von Widerständen in einfachen Stromkreisen [NT 7.1.2 und Ph 8.3].
- Kenntnis (und Verständnis) des Zusammenhangs zwischen elektrischem Widerstand und spezifischem Widerstands über die Dimensionierung eines Leiters [evtl. Ph 8].
- Kenntnis (und Verständnis der Funktionsweise) eines Oszilloskops bzw. eines entsprechenden Computerinterfaces mit Software [Ph 9.1 bzw 9.4].
- *Kenntnis und Verständnis, dass die Anzahl der „freien“ Eelektronen im Leiter ausschlaggebend für die Leitfähigkeit (Stromfluss) bzw. den Widerstand des Materials ist [NT 7.1.2 und Ph 8.3].
- *Kenntnis und Verständnis von Wellenphänomenen in verschiedenen Bereichen der Physik [Ph 10.3].
- *Kenntnis des Wellencharakters von Elektronen [Ph 10.3].
- *Kenntnis und Verständnis von diskreten Zuständen (Schwingungsmoden) einer an beiden Enden fest eingespannten Saite als stehender Welle; z.B. am Monochord im Rahmen der Akustik [Ph 10.3 bzw. 10.4].

Lernziele:

- Verständnis eines Versuchsaufbaus zur Messung des quantisierten Widerstands von Nanodrähten.
- Kennenlernen des Konzepts eines Nanofadens beim Öffnen und Schließen eines Punktkontakts.
- Verständnis, dass die klassische Physik glatte Zeit-Spannungs-Diagramme prognostiziert.
- Kenntnis vom Auftreten diskreter Messergebnisse bzw. Zustände in Form von abgestuften Zeit-Spannungs-Diagrammen am Oszilloskop.
- Erkenntnis, dass die Vorhersage aufgrund von Modellen der klassischen Physik mit der Realität im Mikro- bzw. Nanokosmos nicht übereinstimmt.
- *Verständnis der eingeschränkten Art und Anzahl von Zuständen eines Elektrons innerhalb eines Nanofadens, was durch die Schwingungsmoden einer stehenden Welle veranschaulicht werden kann.

- *Erkenntnis, dass sich die Elektronen innerhalb eines Festkörpers (in Abhängigkeit von ihrer (Schwingungs-)Energie) in einer diskreten Zustandshierarchie organisieren („naives Bändermodell“).
- *Kenntnis, dass der Begriff „freies Elektron“ einen quantenmechanischen Zustand bezeichnet, der mit dem Überschreiten einer bestimmten Mindest(schwingungs)energie des Elektrons identifiziert werden kann.
- *Erkenntnis, dass sich durch die Änderung der Dimensionierung des Nanofadens die Zustände der Elektronen sprunghaft ändern, was über die sich abrupt ändernde Anzahl an „freien“ Elektronen einen ebenfalls abrupten Einfluss auf den Widerstand eines Leiters hat.
- Erkenntnis, dass der Widerstand eines Leiters für sehr kleine Dimensionen quantisiert ist (Beispiel: Nanofaden).
- Erkenntnis der Notwendigkeit einer von der klassischen Theorie abweichenden Physik für den Mikro- und Nanokosmos, die zwangsläufig zu einem fundamental anderen physikalischen Weltbild führt [Ph 10.3].
- Einblick in grundlegende Inhalte und Denkweisen der Quantenphysik sowie deren Auswirkungen auf moderne Technologien [Ph 10.3].
- Erkenntnis der Quantenphysik als Grundlage moderner Technologien (z.B. Nanotechnologie, Rastertunnelmikroskop) [Ph 10.3].

Kapitel 6

Quick-Start-Guide zur Versuchsdurchführung

1. Material:

- Eine 1,5 V - Monozelle in einer Fassung als Spannungsquelle [vgl. 4.1.3]; eventuell ein Potentiometer zur Reduktion der anliegenden Spannung, um Oszillationen beim Schließvorgang zu vermeiden [vgl. 4.2.1].
- Eine Befestigungsvorrichtung für die beiden Drähte; vorzugsweise eine „Dritte Hand“, wie sie beim Löten verwendet wird [vgl. Abb. 6.2].
- **Draht** [vgl. 4.1.4]:
Slogan: „So dünn wie möglich und handhabbar - und wenn möglich Gold.“
 - * Vorzugsweise etwa 10 cm Golddraht der Stärke 0,025 mm; zu beziehen z.B. über die Karlsruher Firma Alfa Aesar GmbH & Co KG (<http://www.alfa-chemcat.com>); Kosten: 1 m zu rund 30 Euro; Bestellung (im Internet) über die Schule, da Privatkunden nicht akzeptiert werden. Die Lieferung erfolgt innerhalb von zwei Werktagen.
 - * *alternativ*: Golddraht mit größerem Durchmesser aus 999-Feingold; z.B. 0,4 mm beim ortsansässigen Juwelier; Preis marktabhängig, aber in etwa 10 Euro für 10 cm; da der dickere Draht stabiler ist, genügen hier allerdings bereits 3 bis 4 cm.
 - * *alternativ*: Kupferdraht der Dicke 0,05 mm; kostet als Einzelader-Litze mit 25 m Länge z.B. bei Conrad Electronic GmbH etwa 4 Euro; für den Versuch wird die mehradrige Litze eingeklemmt und am anderen Ende nur eine Ader nicht abgeschnitten.
- Zwei Hirschmannklemmen oder zwei größere Krokodilklemmen zum Befestigen des Drahts, an die man zwei Kabel über Bananenstecker anschließen kann.
Hinweis: Der ganz dünne Golddraht findet in den Klemmen keinen guten Halt;

daher empfiehlt es sich, ihn auf dickere Silber- oder Kupferdrähte zu löten. Mit etwas Geschick genügt dabei ganz normales Lötzinn.

- Einen $10\text{ k}\Omega$ - Widerstand als Vorwiderstand/Messwiderstand, der in Reihe zum Drahtkontakt geschaltet wird. An diesem Widerstand wird die Spannung für das Oszilloskop abgegriffen [vgl. Abb. 6.1 (Versuchsaufbau) und Abschnitt 4.1.1].
- Einen $100\text{ }\Omega$ - Widerstand, der zur „Feinjustierung“ als weiterer Vorwiderstand in Reihe geschaltet werden kann; als Effekt können sich prägnantere Stufen einstellen [vgl. Abb. 6.1 (Versuchsaufbau) und Abschnitt 4.1.1].
- Verbindungskabel und evtl. eine Steckplatine, auf der die Schaltung aufgebaut wird; falls eine derartige Platine nicht vorhanden ist, kann die Schaltung auch mittels Krokodilklemmen oder einer Lochrasterplatine, auf die die Einzelbauteile gelötet werden, realisiert werden [vgl. Abb. 6.3].
- **Oszilloskop** [vgl. 4.1.2 und 4.3.4]: Um die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse zu reproduzieren, wird ein Speicheroszilloskop mit einer Auflösung von mindestens 50 bis besser 200 MHz benötigt. Zu empfehlen ist hier ein entsprechendes USB-Interface für einen Computer. Dort können die Messwerte dann auch vorteilhaft umstandardisiert werden. Beispiele inklusive Software finden sich etwa bei Conrad Elektronik GmbH (<http://www.conrad.de>, Stand 08.06.2006, Suchbegriff: „Speicheroszilloskop“):
 - * USB Oszilloskop-Vorsatz Picoscope 3204 (200 MHz): ca. 640,- EUR
 - * 200 MHz USB Digital Oszilloskop SDS-200A: ca. 850,- EUR
 - * Oszilloskop-Vorsatz DSO-2100 USB (50 MHz): ca. 350,- EUR

2. Versuchsaufbau:

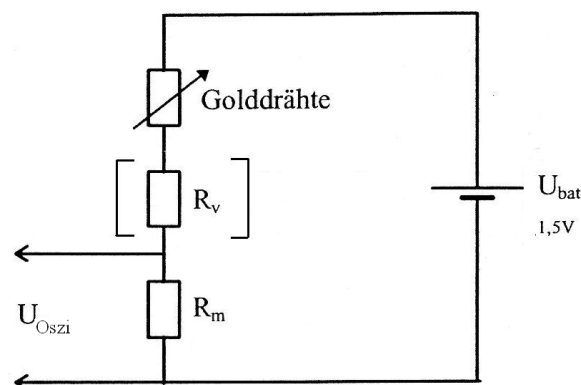


Abbildung 6.1: Der verwendete Versuchsaufbau. In der Schaltung gilt für den Messwiderstand $R_m = 10\text{ k}\Omega$. Der kleine Vorwiderstand $R_v = 100\text{ }\Omega$ wurde bei manchen Messungen optional verwendet.

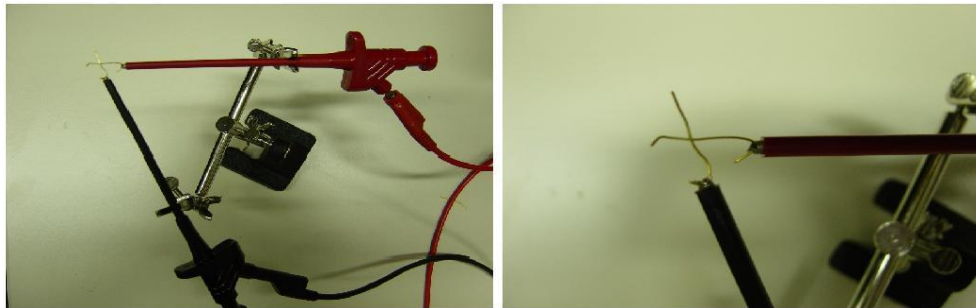


Abbildung 6.2: Golddrähte (hier Durchmesser 0,4 mm) in Hirschmannklemmen, die auf einer „DrittenHand“ befestigt wurden.

Im Hinblick auf eine bessere Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse sowie eine deutlich höhere Chance für überzeugende und aussagekräftige Diagramme (vgl. Abschnitt 4.2.2) sollten die Drähte senkrecht zueinander ausgerichtet werden. außerdem sollte man dem dünnsten zur Verfügung stehenden (Gold-) Draht den Vorzug geben.

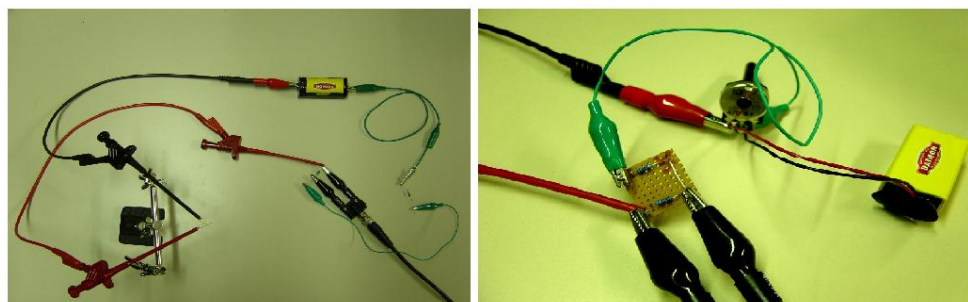


Abbildung 6.3: Realisierter Aufbau mit Krokodilklemmen (links) und mit gelöteten Widerständen (rechts).

3. Sichern der Lernvoraussetzungen in der Klasse (vgl. Abschnitt 5.2).
4. Erarbeitung der Vermutung: Herleitung und Skizzierung der zu erwartenden Diagramme anhand klassischer physikalischer Ansätze in Analogie zu Abschnitt 4.3.1. bis 4.3.3.
5. Versuchsdurchführung [vgl. 4.2]:
 - Justierung des Speicheroszilloskops auf die höchstmögliche Auflösungsstufe und einen zu beobachtenden Zeitraum von etwa $1 \mu\text{s}$.
 - Das optimale Triggerlevel findet sich bei etwa einem Drittel der zu erwartenden Spannungsbandbreite (also in der Regel bei etwa 0,5 V).

- Durch leichtes Klopfen auf den Versuchstisch werden die Drähte dann in Schwingung versetzt, so dass sich zwischen ihnen ein Nanodraht ausbilden kann. Mitunter empfiehlt es sich auch, vorsichtig direkt auf die „Dritte Hand“ bzw. die Befestigung der Drähte zu klopfen. Dabei ist stets darauf zu achten, dass der Anpressdruck beider Drähte aufeinander nicht zu groß ist, damit sie leicht den Kontakt verlieren können.
- Bei „ungeübter“ Durchführung kann es sein, dass tatsächlich nur etwa jede zehnte Kurve das gewünschte Muster zeigt. Hat man sich allerdings mit der optimalen Anordnung der Drähte und der Einstellung des Oszilloskops (insbesondere des Triggerlevels) vertraut gemacht, so kann bereits jede dritte Messkurve ein positives Ergebnis liefern.

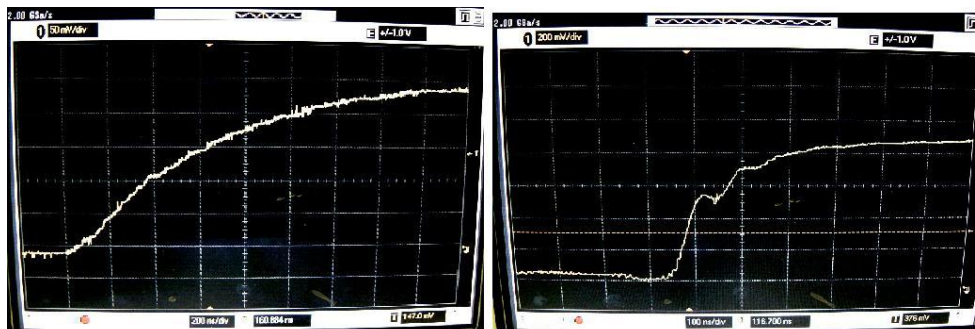


Abbildung 6.4: Ein ungeeignetes (links) und ein geeignetes (rechts) Diagramm.

5. Versuchsauswertung

- Aufgrund externer Einflüsse ist die Qualität des Kontaktes oftmals nicht gut genug, um bis zur vollen Batteriespannung von 1,5 V anzusteigen. Deswegen empfiehlt es sich, ausgehend von der Höhe der ersten Stufe mittels Formel (4.7) auf die asymptotisch erreichte Maximalspannung am Kontakt zu schließen und dann mittels (4.6) die Höhe der weiteren Quantisierungsniveaus zu berechnen.
- Beispiele für gelungene Messdiagramme finden sich außer in Abbildung 6.4 (rechts) auch in Abschnitt 4.3.4. Dort wurden nachträglich mit einem Bildbearbeitungsprogramm die gut erkennbaren Quantisierungsplateaus hervorgehoben, indem in Höhe der mittels (4.6) berechneten Werte, horizontale Geraden eingezeichnet wurden.
- Falls die Daten auf einem Computer in geeignet expliziter Form (z.B. Excel-Tabelle) vorliegen, so empfiehlt sich eine Umstandardisierung der Hochwertachse in Einheiten des Leitwertes G (vgl. (3.8)), wodurch die Sprünge äquidistant werden (vgl. z.B. Abb. 2.1).

6. Diskussion des Versuchsergebnisses und Sicherung der Lernziele, wie sie in Abschnitt 5.2 angestrebt werden.

Kapitel 7

Anhang

- CD-Rom mit den Digitalbildern und der Schriftlichen Hausarbeit sowie des Vortrags (inkl. Handout) vom 04.07.2006 an der Universität Bayreuth als pdf-Datei

Hinweise zu den Dateien auf der CD-Rom

Thematik	Dateiname
Hausarbeit im pdf-Format	Hausarbeit
Vortrag und Handout im pdf-Format	Vortrag, Handout
Versuchsaufbau	Aufbau1, Aufbau2, Aufbau3, Aufbau4, Hirschmannklemmen, g04Hirschmann, g0025 präpariert, g04 präpariert, cu005 präpariert
Versuche mit Kupferdraht 0,05mm (o100: ohne R_V)	cu005aa, cu005ao100, cu005bo100, cu005co100, cu005do100, cu005eo100, cu005eeo100, cu nichtlinear
Versuche mit Golddraht 0,4mm (o100: ohne R_V)	g04a, g04b, g04bb, g04bbb, g04c, g04glatt, g04jo100, g04jjo100, g04ko100, g04lo100, g04llo100, g04trennung, go4spta, go4sptaa
Versuche mit Golddraht 0,025mm (o100: ohne R_V)	g0025a, g0025aa, g0025b, g0025cc, g0025ao100, g0025bo100, g0025co100, g0025do100, g0025eo100, g0025fo100, g0025go100, g0025ho100, g0025io100, g0025co100trennung

Trennungsdiagramm bei Golddraht 0,025mm mit auf 0,5 V reduzierter Batteriespannung	g0025e05
Diagramme, die Trennung und Schließen des Kontaktes zeigen	Kontakt1, Kontakt2, Kontakt3
„Misslungene“ Diagramme	ungeeignet1, ungeeignet2, ungeeignet3
Verrauschter Abgriff am 100 Ohm-Vorwiderstand, wie in [7] vorgeschlagen	Abgriff am 100 Ohm

- Übersichtsausdruck der einzelnen Digitalbilder

Literaturverzeichnis

- [1] „Table-top quantum theory“ in *The Economist* October 28th 1995, S. 104
- [2] J. Küblbeck: „Die Wesenszüge der Quantenphysik“, Handreichung zur 13. Fachleitertagung für Physik 2003 des deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V.
- [3] J.K. Gimzewski, R. Möller, *Transition from the tunneling regime to point contact studied using scanning tunneling microscopy* in *Physikal Review B* (1987) Vol. 36 Nr. 2, pp. 1284-1287
- [4] J.I. Pascual, J. Mendez, J. Gomez-Herrero, A.M. Baro, N. Garcia, *Quantum Contact in Gold Nanostructures by Scanning Tunneling Microscopy* in *Physical Review Letters* (1993) Vol. 71 Nr. 12, pp. 1852-1855
- [5] J.L. Costa-Krämer, N. Garcia, P. Garcia-Mochales, P.A. Serena, *Nanowire formation in macroscopic metallic contacts: quantum mechanical conductance tapping a table top* in *Surface Science* 342 (1995), pp. 1144-1149
- [6] D.M. Gillingham, I. Linington, J.A.C. Bland, *e^2/h quantization of the conduction in Cu nanowires* in *J. Phys.: Condens. Matter* 14 (2002), pp. 567-570
- [7] R. Gann, F. Schäffler, *Quantisierung des Leitwerts in eindimensionalen Goldkontakten* in *PLUS LUCIS* 2/97, pp. 30-34
- [8] H.-J. Eichler, J. Findeisen, M. Knepper, *Demonstration der Leitfähigkeit in Nanodrähten* in *PdN-Ph.* 4/46 (1997), pp. 36/37
- [9] J. Ruppel, M. Brennscheidt, *Versuchsprotokoll zur Eindimensionalen Leitfähigkeitsquantisierung im Rahmen des Physikalischen Fortgeschrittenenpraktikums*, zu beziehen über www.versuchsprotokolle.de
- [10] P. A. Tipler, *Physik*, 3. korrigierter Nachdruck 2000 der 1. Auflage 1994, Spektrum Akademischer Verlag